

Rapport de l'épreuve de mathématiques

Lycée Carnot, E1A–E1B

(concours blanc de janvier 2019)

Exercice 1 : EML 1995

1. (a) Cette question a posé des problèmes à malheureusement trop d'élèves. Le correcteur note un manque flagrant d'agilité en calcul de dérivée. Il est impératif de justifier la dérivation de fonctions via des mots clés comme ("*produit, somme, quotient, composée*"). L'absence de ces mots clés faisait perdre 2 points sur 4...
(b) Les études de signe des dérivées étaient fausses à cause des calculs faux de dérivées. Quel dommage! Vous auriez dû vous appliquer dans les calculs de dérivées afin d'avoir le maximum de chance de rafter tous les points dans cette étude de fonctions...
(c) Des points étaient attribués notamment à la propreté et aux noms des axes!
2. (a) Question SCILAB plutôt bien traitée dans les copies.
(b) Question SCILAB mal traitée dans les copies.
3. Question non réussie pour beaucoup trop d'élèves alors que c'est du niveau lycée! On rappelle que toute simplification par x est interdite puisque x peut potentiellement valoir 0. Il y avait donc deux solutions à cette équation : 0 et $e - 1$. Ce sont les points fixes de la fonction! Trop peu d'élèves ont remarqué que 0 était solution de l'équation.
4. Répondre que la suite est constante n'est pas suffisant; on attendait une preuve par récurrence (immédiate, certes).
5. (a) Question très largement ratée; la récurrence devait être soignée; il y avait 1 point sur 4 si la rédaction (texte à trous) de la récurrence était là (*initialisation, hérédité* + "*soit $n \in \mathbb{N}$, supposons ... montrons ...*" + *conclusion*). Attention, l'initialisation nécessitait un grand soin!
(b) Répondre que la suite était croissante d'après la question précédente rapportait 1 point! L'indication du sujet "*montrer par l'absurde que ...*" a dérouté bon nombre d'élèves. Très peu de candidats ont vu qu'il fallait invoquer le théorème de convergence monotone pour avoir le droit de supposer que la suite était convergente et d'aboutir, après quelques petites subtilités de raisonnement, à une contradiction! Le correcteur a été effaré devant l'inventivité de certains candidats quand il s'agit de nier la divergence d'une suite (u_n) . Rappelons que la négation de la divergence d'une suite (u_n) n'est pas toujours la convergence de celle-ci! Il est crucial d'éclaircir ce point dans votre esprit! C'est le genre d'erreur de raisonnement qui coûte très cher au concours. Courez voir votre professeur si cela n'est pas clair pour vous!
(c) Question Scilab qui a posé de gros problèmes à beaucoup trop d'élèves!

6. (a) Très peu d'élèves ont su répondre à cette question, si facile ! Niveau lycée...
- (b) Il ne suffit pas de dire "*posons $x = u_n$ dans la question précédente*", pour en déduire la monotonie de la suite... Encore faut-il s'assurer qu'on a le droit d'appliquer la question précédente avec la suite (u_n) . Pour cela, il fallait donc montrer au préalable que la suite (u_n) vérifiait pour tout $n \in \mathbb{N} : 0 < u_n < e - 1$ Preuve par récurrence évidemment !

Exercice 2 : EDHEC 1997

7. (a) Le correcteur a vu beaucoup trop d'horreurs dans cette question ; ne pas savoir calculer le coefficient binomial $\binom{n}{n}$ laisse une très mauvaise impression au correcteur ! Ne pas savoir calculer la somme $\sum_{k=1}^n 1$ est encore plus honteux...
- (b) Cette question pouvait se faire via la méthode de la fonction auxiliaire ; certains élèves ont eu cette bonne idée mais là encore les calculs de dérivées (pourtant extrêmement basiques) ont posé des problèmes. Du coup, l'étude du signe de la dérivée et donc les variations de la fonction étaient fausses. Quel dommage d'être si peu agile en calcul !
- (c) Trop peu d'élèves ont su calculer le terme général de la suite (u_n) : là encore les calculs de coefficients binomiaux ne sont pas acquis. Le correcteur a noté que les candidats qui avait su passer ce petit cap, avaient mené quasiment jusqu'au bout les calculs ! Bravo à celles et ceux qui ont pensé au télescope et au théorème de comparaison !
8. (a) Cette question calculatoire a été quasiment admise par tous les candidats. Seuls deux ou trois élèves ont fait preuve de courage et de volonté pour mener à bien ce calcul. Ils ont été récompensés de leurs efforts et se sont nettement démarqués du reste des candidats.
- (b) Question à nouveau calculatoire, qui en a découragés beaucoup. Les plus vaillants et courageux ont là encore été largement récompensés !
9. (a) Dernière question calculatoire de l'exercice : beaucoup d'élèves ont commencé le calcul (soit par différence, soit par quotient, de v_{n+1} et v_n). Très peu ont su aller jusqu'au bout. Un manque d'agilité dans les calculs mais surtout un manque de courage !
- (b) Question très peu réussie ; celles et ceux qui ont pensé à invoquer le théorème de convergence monotone ont eu les points (seulement si le caractère minoré PAR 0 était soigneusement précisé).
- (c) Question non traitée pour la plupart des copies. Seule une copie (sur 68) a réussi à conclure !
10. (a) Le premier calcul d'équivalent était simplissime : trop peu d'élèves l'ont vu ! bravo à celles et ceux qui ont fait ce calcul d'équivalent ! Le second calcul nécessitait un peu d'agilité, le correcteur en convient ! Mais c'est une question qu'il est important de retravailler pour la réussir une prochaine fois ! Là, vous marquerez beaucoup de points dans l'estime du correcteur !
- (b) Question non réussie dans la quasi-totalité des copies.

Problème : d'après ENSAE 2002 B/L

Ce type de sujet de modélisation est très souvent posé à l'épreuve « MATHÉMATIQUES II » qui compte pour toutes les écoles du top 5 : HEC, ESSEC, ESCP, EMLYON, EDHEC. Il faut vous y préparer car les notations et les points de vue employés dans ces problèmes sont parfois assez déstabilisants. Des questions de génétique permettaient ici une mise en pratique de la plupart des concepts de probabilités étudiés au premier semestre.

L'exercice a été globalement mal réussi : quelques copies à peine atteignent les 20% des points attribués, la majorité se situant sous les 10%. Trop nombreuses sont celles qui semblent répondre aux questions de probabilités comme à des devinettes, justifiant leurs résultats par des arguments tenant plus du « *voyons ma bonne dame, y'a que trois possibilités donc ça fait une chance sur trois, hein!* » que d'un raisonnement mathématique. Rappelons donc qu'on attend comme toujours des démonstrations précises et concises, qui s'appuient explicitement sur les notions fondamentales vues en cours (**mots-clés : évènement, complémentaire, équiprobabilité, union, incompatibilité, système complet, intersection, indépendance, etc.**) et les théorèmes associés : formules des probabilités totales, probabilités composées, etc.

Suivent quelques commentaires plus spécifiques :

11. (a) La plupart des copies déterminent correctement le génotype des parents, mais celles qui ne précisent pas le raisonnement logique ont été pénalisées. Beaucoup d'erreurs sur la deuxième partie : s'il est vrai que Aa et aA représentent le même génotype, il ne fallait pas oublier qu'il y avait deux façons de l'obtenir. Par ailleurs, il est impératif de citer l'hypothèse d'**équiprobabilité** pour justifier le calcul (1 point).
- (b) Le mot « sachant » indiquait sans ambiguïté une **probabilité conditionnelle**, ce qui a bien été compris mais pas toujours correctement exploité. Les confusions à la question précédente se sont souvent répercutées ici.
- (c) L'évènement considéré s'exprimait logiquement comme une intersection. Il s'agissait alors d'utiliser la formule des **probabilités composées** (en la citant) pour en déduire la probabilité à l'aide du résultat précédent.
12. C'est une question très classique qui relève essentiellement du cours : l'évènement **complémentaire** est une **intersection** dont la probabilité se calcule aisément par **indépendance**. Une rédaction impeccable rapportait jusqu'à 5 points, bravo à ceux qui les ont obtenus !
13. La deuxième partie de la question donnait une précieuse indication sur l'interprétation de p_0 et q_0 . Il faut lire très minutieusement l'énoncé pour éviter de faire fausse route.
14. (a) Le dénombrement est en général correctement expliqué. Le remplissage du tableau a posé plus de problèmes : les 9 couples n'étaient certainement pas équiprobables, leurs probabilités dépendaient évidemment de $u_0, 2v_0$ et w_0 puisqu'il fallait tenir compte du génotype du père et du génotype de la mère (supposés indépendants). Rappelons également que l'indépendance se manifeste par un produit de probabilités, non par une somme !
- (b) Personne n'a pensé à exploiter le **système complet** d'évènements formé par les 9 couples de la question précédente, c'est bien dommage. Les quelques raisonnements intuitifs proposés ont néanmoins été valorisés.
- (c) En admettant la question précédente, il n'était vraiment pas difficile d'exprimer par analogie les relations de récurrence vérifiées par ces suites.

15. (a) Cette question, pourtant d'une extrême facilité, a provoqué beaucoup de réponses farfelues. Certains candidats n'hésitent pas à inventer sans aucune justification des valeurs pour u_0, v_0 et w_0 .
- (b) Une seule réponse correcte à cette question, où il suffisait de se rappeler la définition des probabilités conditionnelles!
- (c) Il suffisait de calquer la réponse à la question 14.b).
- (d) Les raisonnements proposés oublient le plus souvent que deux individus de type Aa peuvent très bien donner naissance à un enfant de type aa .
16. (a) Quasiment aucune copie ne traite cette question.
- (b) Formules à vérifier, qu'on pouvait très bien obtenir en admettant par analogie le résultat de la question précédente.
- (c) Dommage que personne ne semble avoir suivi l'indication : on montrait par simple calcul, à l'aide des formules de la question précédente, que la suite $(1/q_n)$ est arithmétique et le reste en découlait facilement.