

Soutien de Mathématiques

Calcul mental

Tables de multiplication ; utilisation de la distributivité (8×15 , 9×17 , ...) et des identités remarquables (21×19 , 21^2 , ...), carrés en 5 et justification, critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.

Fractions numériques

Opérations, recherche intelligente d'un dénominateur commun, simplification.

Racines carrées

Règles de calcul, simplifications ($\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, ...), utilisation de la quantité conjuguée.

Parenthèses

Rappel des règles de priorité, rôle et suppression des parenthèses. Une barre de fraction est une parenthèse.

Polynômes

Calcul rapide (sans cinquante étapes) de produits, de carrés.

Factorisations

Notamment utilisation des produits remarquables.

Équations

Premier et second degré ; résolution par factorisation.

Racines évidentes, utilisation.

Fractions rationnelles

Opérations, simplification, réduction au même dénominateur. Ensemble de définition des fonctions rationnelles.

Calculs de dérivées

Si on a le temps...

Calcul mental

Tables pour mémoire (jusqu'à 12 ou plus). Carrés jusqu'à 15 ou 20.

8x15, 6x16, 7x19, 9x17, ...

11x21, 19x21, 28x32, ...

21^2 , 18^2 , 29^2 , ...

25^2 , 35^2 , ...

Critères de divisibilité : 123, 2205, ...

Fractions numériques

Simplifier : $\frac{6}{8}$; $\frac{18}{2}$; $\frac{36}{24}$; $\frac{125}{50}$; $\frac{48}{40}$; $\frac{169}{26}$; $\frac{17}{68}$; $\frac{16}{28}$; $\frac{126}{81}$; $\frac{144}{36}$; $\frac{154}{33}$; $\frac{5040}{42}$; ...

Effectuer : $\frac{3}{4} + \frac{11}{6}$; $\frac{7}{8} - \frac{5}{6}$; $\frac{10}{12} + \frac{4}{24}$; $\frac{3}{4} \times \frac{12}{27}$; $\frac{5}{7} : \frac{25}{49}$; $\frac{13}{7} - \frac{9}{5}$; $3 + \frac{5}{6}$; ...

Racines carrées

Simplifier : $\sqrt{50}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{8}$; $\sqrt{98}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{300}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt{1000}$; $\sqrt{x^2}$; ...

Effectuer : $(\sqrt{2})^3$; $(1 + \sqrt{2})^2$; $(3 - \sqrt{2})^2$; $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$; $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$; $(\sqrt{7} - 2)^3$; $(6\sqrt{3})^2$; ...

Simplifier : $\frac{3}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$; $\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$; $\frac{2+\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{5}+9}{\sqrt{75}}$; ...

Parentèses

Effectuer :

$$A(x) = (2x^2 - 9x + 13) - (5x^2 - 4x + 7)$$

$$B(x) = 7x - 19 - 3(4x - 5)$$

$$C(x) = (x - 4)(2x + 5) - (3x - 7)(5x - 9)$$

$$D(x) = -(3x - 1)(6x + 13) - (8 - 11x)$$

Polynômes

Développer :

$$A(x) = (x + 2)^2$$

$$B(x) = (2x - 1)^2$$

$$C(x) = (3x + 4)^2$$

$$D(x) = (5x - 7y)^2$$

$$E(x) = (x + y + 2)^2$$

$$F(x) = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$G(x) = (x\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$$

$$H(x) = (x + 2)(x - 4)$$

$$I(x) = (2x + 1)(4 - 3x)$$

$$J(x) = (15x + 4)(2x - 7)$$

$$K(x) = (2x^2 - 3x + 8)(5x - 1)$$

$$L(x) = (2x^2 + 2)^2$$

Factoriser :

$$A(x) = (x - 3)(2x + 7) - (3x - 5)(x - 3)$$

$$B(x) = (2x + 1)^2 + (x - 7)(2x + 1)$$

$$C(x) = (x + 2)^2 - (3x - 7)^2$$

$$D(x) = x^2 - 1 - (3x - 11)(x + 1)$$

$$D(x) = (3x - 15)(x + 2) + (x - 5)(2x + 1)$$

$$E(x) = (2x - 8)(3x + 4) - (x + 5)(3x - 12)$$

$$F(x) = x^8 - 1$$

$$G(x) = x^3 - 2\sqrt{2}$$

$$H(x) = x^2 + 6x + 9 - (5x + 15)(x - 8)$$

$$I(x) = 4x^2 - 12x + 9 - (x + 1)(6x - 9)$$

Équations

Résoudre :

$$a) 2x + 1 = 0$$

$$b) -3x - 7 = 0$$

$$c) 5x - 4 = -2x - 7$$

$$d) 2(3x - 1) - 3(4x - 6) = 0$$

$$e) ax + b = 0$$

$$f) (2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$g) 2x^2 + x = 0$$

$$h) -3x^2 - 7 = 0$$

$$i) 5x^2 - 4x = 0$$

$$j) x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$k) 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$l) x^2 - 5 = 0$$

$$m) x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$n) 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$o) 2x^3 - 9x^2 + x = 0$$

$$p) x^3 - 2x^2 + 3x + 6 = 0$$

$$q) x^9 + 2 = 0$$

$$r) x(2x + 3) = x(3x - 13)$$

Fractions rationnelles

Effectuer, après avoir précisé l'ensemble de définition :

$$A(x) = \frac{x+3}{2x-5} + \frac{3-x}{x+1}$$

$$B(x) = \frac{x+1}{x-1} - \frac{-2+3x}{3x-4}$$

$$C(x) = \frac{8x+12}{x^2+x} + \frac{5x-3}{x+1}$$

$$D(x) = \frac{9x+1}{x^2+x-2} - \frac{7}{x+2}$$

$$E(x) = \frac{5x-6}{x-1} - \frac{7x^2+13x}{(x-1)^2}$$

$$F(x) = \frac{x+9}{3x^2-2x-1} + \frac{2x-7}{x^2-3x+2}$$

On pourra ensuite, résoudre les équations $A(x) = 0$, $B(x) = 0, \dots, F(x) = 0$ puis $A(x) = B(x)$ etc..

Valeur absolue

Écrire sans les barres de valeur absolue (on discutera selon les valeurs du réel x) :

$$A(x) = |x|$$

$$B(x) = |x - 3|$$

$$C(x) = |2x + 5|$$

$$D(x) = |-7x + 3|$$

$$E(x) = |x^2 - 3x - 4|$$

$$F(x) = \left| \frac{-4x + 7}{x - 2} \right|$$

Résoudre les équations suivantes :

$$|x + 1| = x + 1$$

$$|x| = -x$$

$$|2x - 1| = 0$$

$$|x + 3| = |2x - 7|$$

$$|3x - 5| = x + 7$$

$$|x^2 + 9x - 1| = x^2 + 9x - 1$$

Étudier et représenter graphiquement les fonctions suivantes :

$$x \mapsto |4x - 5|$$

$$x \mapsto |2x + 3| + |x - 1|$$

$$x \mapsto |x^2 - 5x + 6|$$

Calculs de dérivées

Les dérivées des fonctions classiques sont rappelées dans le tableau ci-après :

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle	Conditions
x^n	nx^{n-1}	$I \subset \mathbb{R}$	$n \in \mathbb{N}$
x^n	nx^{n-1}	$I \subset \mathbb{R}^*$	$n \in \mathbb{Z}_-$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$I \subset \mathbb{R}^*$	
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$I \subset \mathbb{R}_+^*$	
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$I \subset \mathbb{R}_+^*$	
e^x	e^x	$I \subset \mathbb{R}$	

Si u est dérivable sur l'intervalle I , et si f est dérivable sur l'intervalle $u(I)$, alors $f \circ u$ est dérivable sur I , et sa fonction dérivée s'obtient par la formule :

$$(f \circ u)' = (f' \circ u) \times u'$$

À partir de là, on obtient sans peine les résultats suivants :

Fonction	Dérivée	Intervalle	Conditions
u^n	$nu^{n-1}u'$	I	$n \in \mathbb{N}$
u^n	$nu^{n-1}u'$	$J \subset I$ $\forall x \in J, u(x) \neq 0$	$n \in \mathbb{Z}_-$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$	$J \subset I$ $\forall x \in J, u(x) \neq 0$	
\sqrt{u}	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$J \subset I$ $\forall x \in J, u(x) > 0$	
$\ln u$	$\frac{u'}{u}$	$J \subset I$ $\forall x \in J, u(x) > 0$	
e^u	$u'e^u$	I	

Dériver les fonctions suivantes, après avoir précisé leurs ensembles de définition et de dérivabilité :

$$f : x \mapsto 5x^4 - 7x^3 + x^2 - 5$$

$$g : x \mapsto x \ln(x)$$

$$h : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$$

$$i : x \mapsto 3x^2 e^x$$

$$j : x \mapsto \frac{2x - 1}{5 - 3x}$$

$$k : x \mapsto \sqrt{3x^2 - 2x - 8}$$

$$l : x \mapsto e^{x^2 - 7x + 3}$$

$$m : x \mapsto \sqrt{\frac{x + 2}{4x - 2}}$$

$$n : x \mapsto \frac{x}{\ln(1 + x)}$$

$$o : x \mapsto \frac{x \ln(x) - 1}{x}$$

$$p : x \mapsto \frac{1 - e^{-x}}{x}$$

$$q : x \mapsto 1 - x^2 \ln(x)$$

$$r : x \mapsto e^x - x e^{\frac{1}{x}}$$

$$s : x \mapsto (x + \ln x) e^{x-1}$$

$$t : x \mapsto x - \ln(1 + x^2)$$

$$u : x \mapsto e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$v : x \mapsto \sqrt{\ln(2x + 3)}$$

$$w : x \mapsto \frac{1}{7x - 2}$$