

Colles de mathématiques en E1A

Récurrence, sommes, produits et suites usuelles

du 17 octobre au 4 novembre (semaine 6)

*Le raisonnement par récurrence reste au centre de cette semaine de colle. Les colleurs seront **tyraniques** en ce qui concerne la rédaction, en particulier pour l'écriture de l'hérédité.*

Rappel. La colle commence par un bloc de questions de cours qui conditionne la note finale : strictement inférieure ou supérieure à 10.

Aux colleurs du lundi : les TD ayant lieu le lundi, les élèves auront fait assez peu d'exercices sur les suites usuelles.

1 Questions de cours

- Reprise du programme précédent sur les sommes et les produits.
- Unicité d'une suite définie par une relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$ et la donnée de son premier terme. *(avec démonstration)*.
- Définition d'une suite arithmétique. Formule explicite pour le terme général. *(avec démonstration)*
- Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. *(avec démonstration)*
- Définition d'une suite géométrique. Formule explicite pour le terme général. *(avec démonstration)*
- Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. Démonstration de la formule pour $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Définition d'une suite arithmético-géométrique, équation au point fixe et suite géométrique associée. *(avec démonstration)*
- Définition d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2. Unicité pour une relation de récurrence donnée lorsque les deux premiers termes sont fixés.
- Équation du second degré associée à une récurrence linéaire d'ordre 2. Formule explicite lorsque le discriminant est supérieur ou égal à zéro. Détermination des constantes.

2 Extraits du programme officiel

Raisonnement par récurrence

Apprentissage et emploi du raisonnement par récurrence.

Notations \sum, \prod .

Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

Illustration par manipulation de sommes et de produits. 

Formules donnant : $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2$.

Les étudiants doivent savoir employer les notations $\sum_{i=1}^n u_i$ et $\sum_{\alpha \in A} u_\alpha$ où A désigne un sous-ensemble fini de \mathbb{N} ou de \mathbb{N}^2 .

Généralités sur les suites réelles

Définitions, notations.

Exemples de définitions : par formules récursives ou explicites, par restriction d'une fonction de variable réelle aux entiers.

Suites usuelles : formes explicites

Suite arithmétique, suite géométrique.

Suite arithmético-géométrique.

Suite vérifiant une relation linéaire de récurrence d'ordre 2.

Formule donnant $\sum_{k=0}^n q^k$.

Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques.

Les étudiants devront se ramener au cas d'une suite géométrique.

On se limitera au cas des racines réelles. 