

# Colles de mathématiques en E1A

Récurrence, sommes, produits et suites usuelles

du 17 octobre au 4 novembre (semaine 6)

*Le raisonnement par récurrence reste au centre de cette semaine de colle. Les colleurs seront **tyraniques** en ce qui concerne la rédaction, en particulier pour l'écriture de l'hérédité.*

*Rappel.* La colle commence par un bloc de questions de cours qui conditionne la note finale : strictement inférieure ou supérieure à 10.

*Aux colleurs du lundi :* les TD ayant lieu le lundi, les élèves auront fait assez peu d'exercices sur les suites usuelles.

## 1 Questions de cours

- Reprise du programme précédent sur les sommes et les produits.
- Unicité d'une suite définie par une relation de récurrence  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$  et la donnée de son premier terme. (*avec démonstration*).
- Définition d'une suite arithmétique. Formule explicite pour le terme général. (*avec démonstration*)
- Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. (*avec démonstration*)
- Définition d'une suite géométrique. Formule explicite pour le terme général. (*avec démonstration*)
- Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. Démonstration de la formule pour  $\sum_{k=0}^n q^k$ .
- Définition d'une suite arithmético-géométrique, équation au point fixe et suite géométrique associée. (*avec démonstration*)
- Définition d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2. Unicité pour une relation de récurrence donnée lorsque les deux premiers termes sont fixés.
- Équation du second degré associée à une récurrence linéaire d'ordre 2. Formule explicite lorsque le discriminant est supérieur ou égal à zéro. Détermination des constantes.


## 2 Extraits du programme officiel

### Raisonnement par récurrence

Apprentissage et emploi du raisonnement par récurrence.

Notations  $\sum, \prod$ .

Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

Illustration par manipulation de sommes et de produits. 

Formules donnant :  $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2$ .

Les étudiants doivent savoir employer les notations  $\sum_{i=1}^n u_i$  et  $\sum_{\alpha \in A} u_\alpha$  où  $A$  désigne un sous-ensemble fini de  $\mathbb{N}$  ou de  $\mathbb{N}^2$ .

## Généralités sur les suites réelles

Définitions, notations.

Exemples de définitions : par formules récursives ou explicites, par restriction d'une fonction de variable réelle aux entiers.

### Suites usuelles : formes explicites

Suite arithmétique, suite géométrique.

Suite arithmético-géométrique.

Suite vérifiant une relation linéaire de récurrence d'ordre 2.

Formule donnant  $\sum_{k=0}^n q^k$ .

Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques.

Les étudiants devront se ramener au cas d'une suite géométrique.

On se limitera au cas des racines réelles. 