

Test 2 bis, durée 30 min.

Les calculatrices, documents, et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1 :

Énoncer le théorème de Fubini pour les intégrales multiples sur une partie quarrable de \mathbb{R}^2 .

Exercice 2 :

On considère le domaine \mathcal{D} de \mathbb{R}^2 défini par

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

1. Dessiner \mathcal{D} .
2. Soit α un réel positif. Calculer

$$\iint_{\mathcal{D}} (x^2 + y^2)^\alpha \, dx \, dy$$

Exercice 3 :

Étudier la nature (intégrable ou non) de l'intégrale impropre

$$\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t^\alpha} \, dt$$

selon le paramètre $\alpha \in \mathbb{R}$.