

MAT 2742 — feuille d'exercices #3

A Diagonalisation

1. Les matrices suivantes sont-elles diagonalisables ? (essayer de faire le moins de calculs possible !)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

2. Diagonaliser les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 2 \\ 6 & -8 & 6 \\ 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

B Systèmes dynamiques

On a des systèmes dynamiques dont l'évolution est donnée par une matrice diagonalisable avec les vecteurs et valeurs propres suivantes :

- matrice A , valeurs propres $-2, 1, 0.5$ vecteurs propres correspondants $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- matrice B , valeurs propres $-1, 1, 1$ vecteurs propres correspondants $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

donner l'évolution à long terme avec les valeurs de départ $X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ et $Y_0 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$.

C Chaînes de Markov

1. Les matrices suivantes sont-elles des matrices stochastiques ? Sont elles régulières ?

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.6 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

2. Trouver le vecteur d'état stationnaire des matrices ci-dessus qui sont effectivement stochastiques.