GdT Logique 2012/2013

Réseaux de preuve pour MALL

Marc Bagnol

5 mai 2013

On s'intéresse dans cet exposé aux réseaux de preuves pour les connecteurs additifs. On va voir que contrairement à ce qui se passe dans le cas multiplicatif, de nombreuses difficultés se présentent et que les solutions proposées jusqu'à aujourd'hui ne sont pas totalement satisfaisantes.

L'objectif de la séance est donc de présenter les différentes notions de réseaux de preuve pour MALL (sans unités), de discuter leurs qualités et leurs défauts. Ce sera également l'occasion de revenir sur la notion de réseau elle-même et les objectifs de la théorie des réseaux.
On finira quelques idées pour élaborer une nouvelle notion de réseau, issues des réflexions sur les différentes notions présentées dans l'exposé.

Pour aller plus loin

Le début de [1] présente la notion de réseaux avec boîtes (et les problèmes associés) en détails. Pour les réseaux avec poids, on pourra regarder le papier d'origine [3], et [5] pour l'élimination des coupures étendue. En ce qui concerne les réseaux à tranches, la référence est [4].

Références

[1] Lorenzo Tortora de Falco, *Additive multiboxes*.

[2] Jean-Yves Girard, *Linear logic*, Theoretical Computer Science **50** (1987), no. 1, 1 – 101.

[3] ———, *Proof-nets : The parallel syntax for proof-theory*, Logic and Algebra, Marcel Dekker, 1996, pp. 97–124.

[4] Dominic Hughes and Rob Van Glabbeek, *Proofs nets for unit-free multiplicativeadditive linear logic*, 18th IEEE Intl. Symp. Logic in Computer Science (LICS'03), IEEE Computer Society Press, 2003, pp. 1–10.

[5] Olivier Laurent and Roberto Maieli, *Cut elimination for monomial mall proof nets*, Logic in Computer Science **0** (2008), 486–497.

Règles de MALL

$$\frac{}{\vdash A^{\perp}, A}\ (\texttt{Ax}) \qquad \frac{\vdash A, \Gamma \qquad \vdash A^{\perp}, \Delta}{\vdash \Gamma, \Delta}\ (\texttt{Cut})$$

$$\frac{\vdash A, \Gamma \qquad \vdash B, \Delta}{\vdash A \otimes B, \Gamma, \Delta}\ (\otimes) \qquad \frac{\vdash A, B, \Gamma}{\vdash A \parr B, \Gamma}\ (\parr)$$

$$\frac{\vdash A, \Gamma \qquad \vdash B, \Gamma}{\vdash A \& B, \Gamma}\ (\&) \qquad \frac{\vdash A, \Gamma}{\vdash A \oplus B, \Gamma}\ (\oplus_g) \qquad \frac{\vdash B, \Gamma}{\vdash A \oplus B, \Gamma}\ (\oplus_d)$$

1 Introduction

Les réseaux de démonstration on été introduits en même temps que la logique linéaire par J.-Y. Girard [2] à la fois comme syntaxe graphique pour la théorie de la démonstration et comme représentation abstraite des preuves du calcul des séquents.

Comme on l'a vu lors de la séance sur le calcul des séquents, une preuve dans ce système est un arbre construit par applications successives de règles. Cet arbre contient donc des informations très détaillées sur la façon dont il a été construit, en particulier l'ordre dans lequel les règles ont été appliquées.

Cela a une conséquence désagréable sur la procédure d'élimination des coupures : les *commutations*. Les cas où deux règles duales sont confrontées par une coupure (ce qu'on a appelé les *cas-clef*) et où la procédure d'élimination élimine réellement quelque-chose sont noyés dans le grand nombre de cas de commutation du type

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\pi_1}{\vdots}}{\vdash C^\perp,\Gamma} \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi_2}{\vdots}}{\vdash C,A,B,\Delta}}{\vdash C,A \parr B,\Delta}\,(\parr)}{\vdash \Gamma,A \parr B,\Delta}\,(\texttt{Cut}) \quad \rightsquigarrow \quad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi_1}{\vdots}}{\vdash C^\perp,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\pi_2}{\vdots}}{\vdash C,A,B,\Delta}}{\vdash \Gamma,A,B,\Delta}\,(\texttt{Cut})}{\vdash \Gamma,A \parr B,\Delta}\,(\parr)$$

Cette situation n'est pas satisfaisante pour plusieurs raisons :

- la procédure d'élimination des coupures complète est définie de manière assez laborieuse, puisqu'il faut donner tous les cas de commutation où pourtant il ne se passe rien d'essentiel ;
- cela complique considérablement les preuves et raisonnements sur la procédure d'élimination des coupures ;
- un modèle de calcul qui passe l'essentiel de son temps à faire des opérations "inessentielles" n'est pas un bon modèle.

Aux commutations dynamiques (durant l'élimination des coupures) correspondent des commutations statiques (dans la construction des preuves). Dans de nombreuses situations l'ordre d'application de deux règles peut être changé, par exemple les deux preuves suivantes

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,C,D,\Gamma}}{\vdash A \parr B,C,D,\Gamma}\,(\parr)}{\vdash A \parr B,C \parr D,\Gamma}\,(\parr) \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,C,D,\Gamma}}{\vdash A,B,C \parr D,\Gamma}\,(\parr)}{\vdash A \parr B,C \parr D,\Gamma}\,(\parr)$$

ne diffèrent que par l'ordre d'introduction des connecteurs $\parr$ et on voit tout de suite que si la règle suivante est une coupure sur le $\parr$ introduit en premier, cela va induire une commutation lors de l'élimination des coupures.

Commutation et renversement

Les commutations de règles peuvent se classer en deux grandes familles qui sont liées à la notion de polarité des connecteurs. La logique linéaire introduit la classification suivante :

- connecteurs *négatifs* : $\parr$, $\&$, ... dont les règles d'introduction sont réversibles ;
- connecteurs *positifs* : $\otimes$, $\oplus$, ... dont les règles d'introduction sont irréversibles.

Les polarités des connecteurs sont liées aux commutations.

1. on peut toujours permuter l'introduction de deux connecteurs de même polarité, par exemple

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma}}{\vdash A,B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_g) \qquad \dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',\Delta}}{\vdash A\otimes A',B\oplus C,\Gamma,\Delta}\,(\otimes) \qquad \leftrightsquigarrow \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',\Delta}}{\vdash A\otimes A',B,\Gamma,\Delta}\,(\otimes)}{\vdash A\otimes A',B\oplus C,\Gamma,\Delta}\,(\oplus_g)$$

   c'est ce qu'on appellera les **commutations** ;

2. on peut toujours retarder l'application d'une règle négative : quand une règle positive est appliquée après une règle négative, on peut les permuter, par exemple

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',B,\Gamma}}{\vdash A\& A',B,\Gamma}\,(\&)}{\vdash A\& A',B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_g) \qquad \leftrightsquigarrow \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma}}{\vdash A,B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_g) \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',B\Gamma}}{\vdash A',B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_g)}{\vdash A\& A',B\oplus C,\Gamma}\,(\&)$$

   mais l'inverse n'est pas toujours vrai, par exemple dans

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma}}{\vdash A,B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_g) \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',C,\Gamma}}{\vdash A',B\oplus C,\Gamma}\,(\oplus_d)}{\vdash A\& A',B\oplus C,\Gamma}\,(\&)$$

   on ne peut pas retarder l'introduction du $\oplus$ car les règles sont différentes dans les deux branches du $\&$.

   on appellera ces permutations de règles des **renversements**.

Les réseaux

On peut donc expliciter ce qu'on entend quand on définit les réseaux comme *«représentation abstraite des preuves de calcul des séquents»* : on cherche une écriture des preuves qui représente les preuves de calcul des séquents *modulo* les commutations (et renversements) de règles.
Écrire les preuves comme des graphes et non plus comme des arbres permet d'oublier l'ordre d'introduction des règles, c'est l'idée de base des réseaux de preuve.
Dans le cas de MLL, on obtient une solution satisfaisante au problème de départ : quotient *modulo* commutation-renversement et élimination des coupures particulèrement simple, sans étape de commutation.

On va voir que l'extension de la notion de réseau aux connecteurs additifs est par contre problématique.

2 Boîtes

Le problème vient de la règle d'introduction du connecteur $\&$

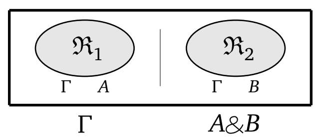
$$\dfrac{\vdash A,\Gamma \qquad \vdash B,\Gamma}{\vdash A\& B,\Gamma}\,(\&)$$

qui incorpore une forme de contraction implicite : c'est le traitement "additif" du contexte. On parle souvent de la *superposition* de deux preuves pour donner une métaphore du comportement calculatoire de cette règle. En effet, si deux preuves (une de $\vdash A,\Gamma$, une de $\vdash B,\Gamma$) sont nécessaires pour conclure $\vdash A\& B,\Gamma$ seulement une d'entre elles sera effectivement utilisée en cas de coupure avec une règle $\oplus$:

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A, \Gamma} \quad \dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash B, \Gamma}}{\vdash A \& B, \Gamma}\,(\&) \quad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi''}{\vdots}}{\vdash A^{\perp}, \Delta}}{\vdash A^{\perp} \oplus B^{\perp}, \Delta}\,(\oplus_g) \over \Gamma, \Delta \;(\texttt{Cut}) \qquad \rightsquigarrow \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A, \Gamma} \quad \dfrac{\overset{\pi''}{\vdots}}{\vdash A^{\perp}, \Delta}}{\Gamma, \Delta}\,(\texttt{Cut})$$

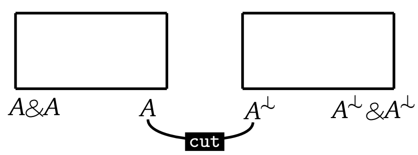
On note en passant que cette gestion *globale* (on efface totalement π' lors de l'étape de réduction) n'est pas vraiment compatible avec l'état d'esprit de la théorie des réseaux, où tous les calculs se font localement.

La première solution pour introduire des connecteurs additifs dans les réseaux est d'utiliser des boîtes comme dans le cas des exponentielles. Les boîtes permettant de forcer une règle de calcul des séquents dans un réseau, on va pouvoir facilement traduire la règle du $\&$ par une boîte contenant les deux réseaux "superposés"



Cette solution n'est pas très satisfaisante, pour plusieurs raisons :

- elle ne quotiente pas par rapport aux commutations de règles, notamment $\&/\&$:
- l'élimination des coupures est rendue complexe et même ambigüe par les boîtes, au point que les réseaux additifs avec boîtes présentent une paire critique [1], dans le cas d'une coupure entre deux portes auxiliaires de boîtes :



  se réduit en faisant absorber une des boîtes par l'autre, mais laquelle doit avoir la priorité ? On n'a pas de raison particulière de choisir et surtout pas de moyen de retrouver une forme normale unique après avoir choisi.

Les "multiboîtes" de [1] proposent une solution à ce problème restant dans l'esprit "boîtes", une multiboîte a potentiellement n portes principales et superpose 2^n réseaux. Cela permet de refermer la paire critique : au lieu d'avoir une boîte qui absorbe l'autre, elles vont fusionner pour donner une multiboîte.
Cependant, cette solution vient avec une procédure d'élimination des coupures complexe avec plusieurs types de commutation.

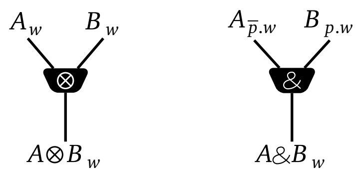
3 Poids

Les réseaux à poids ont été introduits par J.-Y. girard dans [3]. L'idée est de se débarasser des boîtes en associant à chaque arrête du réseau un élément d'une algèbre booléenne appelé "poids".

On associe à chaque lien $\&$ une variable booléenne (son "eigenvariable") et on considère l'algèbre booléenne engendrée par ces variables. On se donne des règles de bonne formation assurant qu'on ne peut pas faire n'importe quoi avec les poids : par exemple les deux prémisses et la conclusion d'un

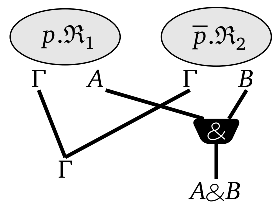
1. En fait cette paire critique existe déjà dans le calcul des séquents et elle est liée à la commutation $\&/\&$.

lien multiplicatif doivent avoir le même poids, si la conclusion d'un lien $\&$ associé à la variable p a le poids w, alors ses prémisses ont respectivement le poids $\overline{p}.w$ et $p.w$, etc.



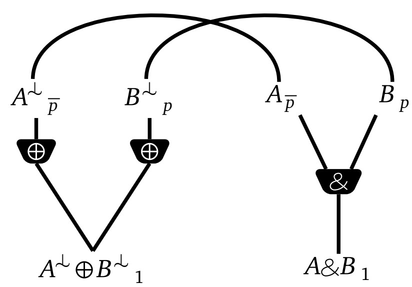
Pour représenter les superpositions, on autorise une formule à être la conclusion de plusieurs nœuds ou, de manière équivalente, on se dote d'un lien de "contraction additive".

La règle $\&$ de MALL est alors interprétée de la façon suivante :



où $p.\mathfrak{R}$ est le réseau à poids $\mathfrak{R}$ dans lequel tous les poids ont été multipliés par p.

En particulier l'identité η-expansée s'écrit



Critère de correction et sauts

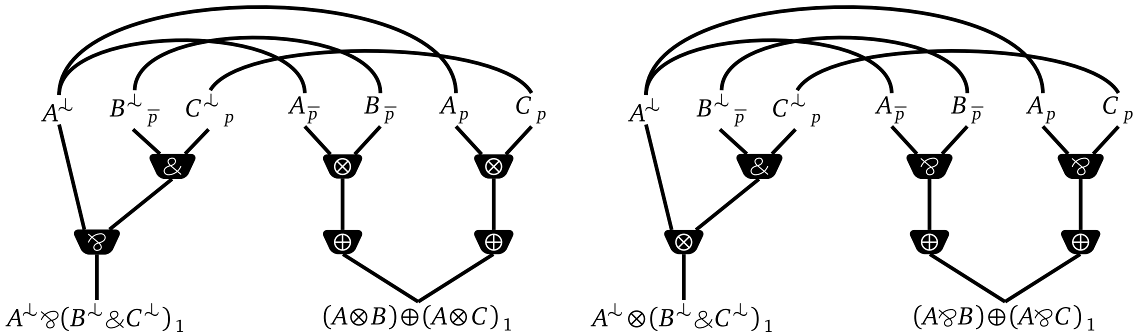
La question du critère de correction se pose alors. Une tentation immédiate est de raisonner "valuation par valuation" : une valuation est une fonction qui associe à chaque variable de l'algèbre la valeur 0 ou la valeur 1, ce qui permet de donner également une valeur à chaque poids, puis de produire un réseau sans poids en effaçant toutes les arrêtes de pois nul. On remarque que les réseaux corrects ont la propriété que chacune de leurs valuation est un réseau MLL vérifiant le critère habituel. Mais cette propriété n'est pas suffisante.

Pour le comprendre, il faut regarder le cas de la distributivité $\otimes/\oplus$ et de la distributivité incorrecte $\parr/\oplus$

$$A\otimes(B\oplus C)\multimap(A\otimes B)\oplus(A\otimes C)$$

$$A\parr(B\oplus C)\multimap(A\parr B)\oplus(A\parr C)$$

Les deux réseaux



ont les mêmes valuations, pourtant l'un correspond à une preuve d'un isomorphisme de MALL tandis que l'autre est une erreur logique... il manque quelque chose à ce critère naïf.

En raisonnant valuation par valuation, on oublie que la disposition des poids correspond aux applications de règles $\&$, qu'il faut pouvoir reconstituer si on veut séquentialiser. La solution réside dans les notions de dépendance et de sauts

Définition 3.1 : Dépendance

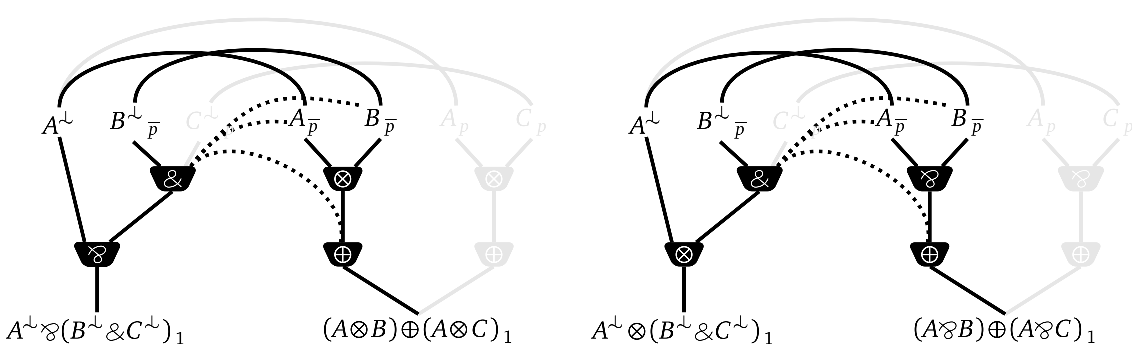
> Soit φ une valuation et p une variable booléenne. On définit la valuation φ_p comme $\varphi_p(p') := \varphi(p')$ si $p \neq p'$ et $\varphi_p(p) := \overline{\varphi(p)}$
> Pour une valuation φ telle que le poids $\varphi(w) = 1$, on dit que w **dépend** de p par rapport à φ si $\varphi(w) \neq \varphi_p(w)$.

Définition 3.2 : Graphe de correction

> Soit φ une valuation, le graphe de correction $\varphi(\mathfrak{R})$ associé au réseau $\mathfrak{R}$ est la valuation de $\mathfrak{R}$ par rapport à φ à laquelle on a ajouté pour tout nœud $\&$, associé à la variable p, des arrêtes (appelées **sauts**) entre ce nœud et les arêtes du réseau présentes dans la valuation et dont le poids dépend de p par rapport à la valuation φ.

On demande alors (entre autres conditions plus techniques) que tous les graphes de correction associés aux valuations d'un réseau vérifient le critère de Danos-Reigner, étendu en faisant se comporter les nœuds $\&$ comme des nœuds $\parr$: ces nœuds peuvent être connectés soit à leur prémisse logique, soit à l'un des "sauts" qu'on vient de définir.

Si on regarde les graphes de correction des deux réseaux précédents pour la valuation $p \mapsto 0$

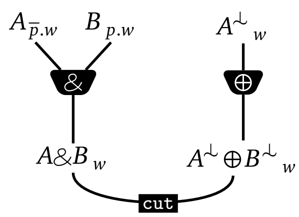


On voit que l'on a bien éliminé le réseau incorrect, son graphe de correction présente un cycle si on positionne son nœud $\&$ sur un certains sauts, par exemple celui vers $A_{\overline{p}}$.

Élimination des coupures et quotient

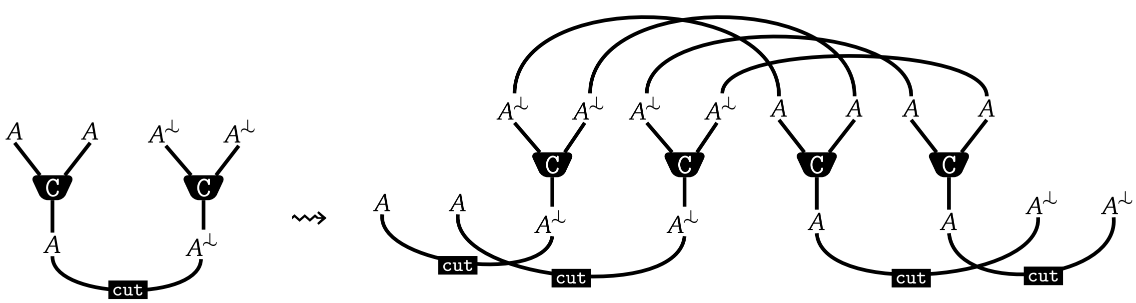
Les réseaux à poids ne sont cependant pas une solution totalement satisfaisante au problème des réseaux additifs.

L'élimination des coupures pour les réseaux à poids était dans le papier d'origine une élimination *paresseuse* : elle n'aboutissait que lorsque le réseau ne présente pas de connecteur $\&$ dans ses conclusions. Dans ce cas on finit toujours par se ramener au cas-clef :



qui se traite en faisant le remplacement $p \mapsto 0$ (ou 1) et en effaçant les toutes les arrêtes dont le poids devient nul.

La situation a été améliorée dans [5] en utilisant un nœud contraction additive explicite et en donnant des règles de réduction pour ces nœuds. Par exemple une coupure entre deux contraction s'élimine en les faisant "se traverser" :



Par rapport au cas MLL, on a perdu deux propriétés :

- la procédure n'est plus locale : le cas-clef présenté plus haut implique l'effacement immédiat d'une partie du réseau de taille inconnue *a priori* ;
- les commutations ne sont pas totalement éliminées : les règles de réécriture des nœuds contraction n'éliminent pas directement de connecteur ou de lien axiome, elles servent comme dans le cas des séquents à faire apparaitre les cas-clefs.

Par ailleurs, comme objet représentant les preuves, les réseaux à poids ne sont pas tout à fait satisfaisants :

- il existe des réseaux qui ne sont pas la traduction d'une preuve de cacul des séquents ;
- la traduction standard [2] pose des problèmes de quotient par rapport aux commutations de règles. En particulier, elle quotiente par rapport au renversement $\oplus/\&$, mais pas par rapport au renversement $\otimes/\&$. On reviendra sur ce point en section 5.

2. Il existe plusieurs traductions possible pour une seule preuve de calcul des séquents, selon qu'on identifie plus ou moins d'occurences des formules apparaissant dans le contexte de règles $(\&)$.

4 Tranches

Une des propositions en conclusion de [3] au problème de représentation des preuves est de considérer l'ensemble des “tranches” d'une preuve de MALL pour caractériser sa classe d'équivalence *modulo* commutation/renversement.
Une tranche d'une preuve de calcul des séquents est obtenue en ne conservant d'une seule des deux prémisse de chaque règle $\&$, par exemple la preuve

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash A, A^\perp}\,(\mathtt{Ax})}{\vdash A \oplus B, A^\perp}\,(\oplus_g) \qquad \dfrac{\dfrac{}{\vdash B, B^\perp}\,(\mathtt{Ax})}{\vdash A \oplus B, B^\perp}\,(\oplus_d)}{\vdash A \oplus B, A^\perp \& B^\perp}\,(\&)$$

a deux tranches

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash A, A^\perp}\,(\mathtt{Ax})}{\vdash A \oplus B, A^\perp}\,(\oplus_g)}{\vdash A \oplus B, A^\perp \& B^\perp} \qquad \text{et} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash B, B^\perp}\,(\mathtt{Ax})}{\vdash A \oplus B, B^\perp}\,(\oplus_d)}{\vdash A \oplus B, A^\perp \& B^\perp}\,(\&)$$

L'idée des réseaux par tranches est de définir un réseau comme un ensemble de tranches, et de traduire une preuve π par

$$[\pi] := \{\text{tranches de } \pi\}$$

C'est la solution adoptée par [4] : un réseau est un ensemble de tranches (définie comme des ensembles de liens axiomes η-expansés) au dessus de la forêt formée par les formules du séquent qu'il est censé prouver. Le critère de correction réussit effectivement à caractériser exactement les traductions de preuves de MALL. L'élimination des coupures termine est est confluente.

Cependant, l'élimination des coupures dans ce modèle pose un problème de *taille*, inhérent à la représentation d'une preuve par l'ensemble de ses tranches. En effet, il est immédiat qu'une preuve η-expansée sans coupure contenant n connecteurs $\&$ dans ses conclusions a 2^n tranches.
La preuve en calcul des séquents de

$$\underbrace{(A\&B \multimap A\&B)\otimes\ldots\otimes(A\&B \multimap A\&B)}_{n \text{ fois}}$$

obtenue en appliquant des règles $(\otimes)$ à n preuves η-expansées de l'identité est de taille linéaire en n mais a 2^n tranches. On est donc confrontés à une explosion exponentielle de la taille des objets en traduisant vers les réseaux. En conséquence, la procédure d'élimination des coupures termine en un temps linéaire en la taille du réseau... et donc en un temps exponentiel en la taille de la preuve de départ !

Les réseaux par tranches donnent donc une réponse satisfaisante à la question de la représentation des preuves *modulo* commutation/renversement, mais n'est pas un modèle valable pour l'étude de la procédure d'élimination des coupures de MALL d'un point de vue calculatoire.

5 Renversement et additifs

Avant de discuter d'une autre proposition pour les réseaux additifs, arrêtons-nous un instant pour remarquer un phénomène concernant le renversement dans MALL, dans le cas $\otimes/\&$.

La preuve

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',B,\Gamma}}{\vdash A\&A',B,\Gamma}\,(\&) \qquad \dfrac{\overset{\nu}{\vdots}}{\vdash C,\Delta}}{\vdash A\&A',B\otimes C,\Gamma,\Delta}\,(\otimes)$$

où l'on a effectué le $\otimes$ après le $\&$ peut se réécrire en

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\pi}{\vdots}}{\vdash A,B,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\nu}{\vdots}}{\vdash C,\Delta}}{\vdash A,B\otimes C,\Gamma,\Delta}\,(\otimes) \qquad \dfrac{\dfrac{\overset{\pi'}{\vdots}}{\vdash A',B,\Gamma} \qquad \dfrac{\overset{\nu}{\vdots}}{\vdash C,\Delta}}{\vdash A',B\otimes C,\Gamma,\Delta}\,(\otimes)}{\vdash A\&A',B\otimes C,\Gamma,\Delta}\,(\&)$$

Mais au passage, il faut noter que la taille de notre preuve a augmenté : on travaille désormais avec deux copies de ν.
Au niveau de la procédure d'élimination des coupures, dans le cas d'une coupure sur $A\otimes B$, les deux preuves se comporteraient de manière différentes : la première éliminerait les coupures une seule fois sur la branche A du $\otimes$ tandis que la deuxième ferait tout le travail en double.

Pour insister, regardons un cas pathologique : une preuve de

$$\vdash \underbrace{A^{\perp}\otimes\ldots\otimes A^{\perp}}_{n\text{ fois}}, \underbrace{A\&A,\ldots,A\&A}_{n\text{ fois}}$$

obtenue soit en appliquant des règles $(\otimes)$ à des preuves de $\vdash A^{\perp}, A\&A$ ou en applicant des règles $(\&)$ à des preuves de $\vdash A^{\perp}, A$ (ce qui correspond à faire les renversements $\otimes/\&$) aura une taille linéaire en n ou exponentielle en n.

Conclusion temporaire : la canonicité (quotient *modulo* renversement) ne fait pas très bon ménage avec l'efficacité algorithmique (taille linéaire des preuves).

6 Une proposition : des sauts explicites

Terminons par quelques mots sur une proposition de notion de réseau pour MALL qui tente d'apporter des réponses aux problèmes rencontrés jusque là.

L'idée de base repart des réseaux à poids et de leur notion de saut.
On se rend compte d'une sorte de double emploi entre sauts et poids : lorsqu'on value un réseau pour en vérifier la correction, on efface d'une certaine manière les poids en leur faisant prendre la valeur 0 ou 1. Mais en faisant cette opération on efface trop d'information, si bien qu'on est amené à introduire des sauts qui marquent la présence d'un poids sur une arête. Inversement quand on regarde le graphe de correction associé à une valuation d'un réseau, on voit qu'on peut reconstituer le poids de chaque arête à l'aide des sauts dont elle est la cible.
On peut donc evisager, au lieu de déduire les sauts à partir des poids, de "déduire les poids à partir des sauts" c'est à dire de donner un contenu calculatoire au sauts (contrôler la présence de liens axiomes) et se passer des poids.
On résume celà par le slogan suivant : *"les sauts font partie de la preuve, pas du contrôle"*.