

Rapport de TP Lit Fluidisé

Julien Baglio

École Normale Supérieure de Cachan
Université Pierre et Marie Curie
TP réalisé au LPMMH - ESPCI

25 février 2007

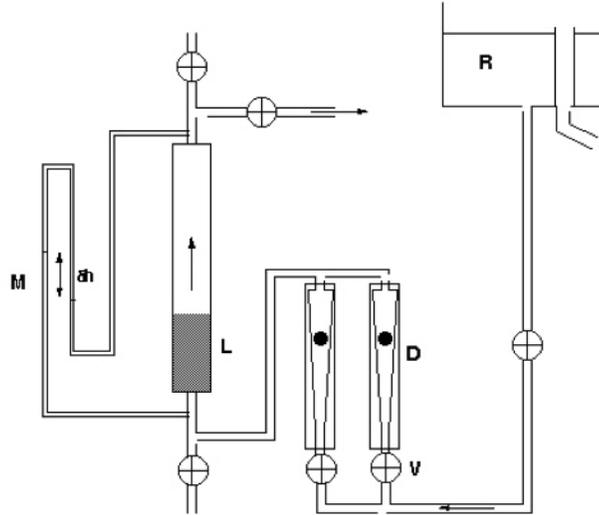
Résumé

Un lit fluidisé est constitué d'une phase solide granulaire, composée de petites particules, d'une taille souvent micrométrique, et d'une phase fluide en écoulement. On place le lit de particules solides dans un courant ascendant de fluide. Il y a alors compétition entre d'une part le poids qui tend à faire sédimenter au fond les particules, leur densité étant plus grande que la densité du fluide, et d'autre part la traînée qu'exerce le fluide sur le lit. Lorsque cette traînée devient supérieure au poids apparent des particules, ces dernières sont entraînées : le lit fluidise. Le but du TP est de déterminer la vitesse minimale de fluidisation du lit, ainsi que le comportement de la compacité du lit en fonction de la vitesse du fluide.

1 Description de l'expérience

Les particules utilisées dans l'expériences sont des sphères de verre, d'un diamètre de $350\mu\text{m}$, et dont la masse volumique est de 2500 kg/m^3 . On les place dans une colonne cylindrique d'un diamètre de 20 mm. La hauteur initiale du lit, dénommée h_0 dans toute la suite de ce rapport, est de 48 mm.

L'écoulement de l'eau est alimenté par un réservoir muni d'un déversoir, afin de maintenir une pression constante en amont. On règle le débit à l'aide de deux débimètres qui ont des gammes différentes : $130\text{ cm}^3/\text{min}$ pour celui de droite, donc les billes sont en acier, et $558\text{ cm}^3/\text{min}$ pour celui de gauche dont les billes sont en verre. La différence de pression entre les extrémités haute et basse de la colonne est mesurée à l'aide d'un manomètre différentiel, contenant de l'eau et de l'air.



R : réservoir avec déversoir
V : vanne de réglage du débit
D : débitmètre à flotteur
L : lit fluidisé
M : manomètre différentiel

FIG. 1 – Schéma d'étude de l'expérience (merci au LPMMH)

Afin de s'assurer que sur une section de la colonne la vitesse d'écoulement du fluide soit uniforme, on a rajouté en bas de la colonne, juste en dessous du lit, un deuxième intermédiaire granulaires constitué de particules de verre d'un diamètre d'environ 2 mm.

Les courbes de calibration des deux débitmètres sont en fin de rapport.

2 Éléments de théorie

On va distinguer deux régimes d'étude : le régime où le lit ne fluidise pas, où l'on étudie l'écoulement du fluide dans le lit de particule qui est un milieu poreux, et le régime de fluidisation proprement dit, qui est l'objet de la loi de Richardson-Zaki.

2.1 Loi de Darcy

Lorsque la vitesse du fluide est suffisamment faible, c'est-à-dire si le nombre de Reynolds $Re = U \frac{d_p}{\nu} < 1$, où d_p est le diamètre caractéristique des pores et ν la viscosité cinématique du fluide, l'écoulement suit la loi dite de Darcy :

$$U = -\frac{k \Delta p}{\eta L} \quad (1)$$

On remarquera que le signe est bien correct, puisque $\Delta p < 0$, le fluide remontant vers le haut. L est la hauteur du milieu poreux (ici $L = 48$ mm), k est la perméabilité du milieu poreux. On remarquera aussi que le Δp est un écart à la pression hydrostatique, ce qui est rassurant puisque seul ce type d'écart est mesurable par un manomètre différentiel.

Cette loi peut se démontrer en modélisant l'écoulement dans le milieu poreux comme N écoulements de Poiseuille en parallèle. La démonstration se trouve dans (1).

2.2 Sédimentation

Lien entre Δp et compacité

Pour étudier la relation entre chute de pression et force exercée sur les particules fluidisées, on utilise la conservation de l'impulsion. La démonstration complète se trouve dans (2), on ne reprend ici que la conclusion. Lorsque le lit est fluidisé, la force exercée sur les particules par le fluide, exprimée par le déviateur des contraintes, équilibre le poids apparent des particules, et par unité de surface cela donne la différence de pression, donc l'on a

$$\Delta p = -(\rho_p - \rho_f)g\phi L \quad (2)$$

où L est la hauteur de lit fluidisé et ϕ est la compacité du lit.

Il est intéressant au passage de revenir sur la compacité d'un milieu poreux. En effet, la compacité, qui est le complémentaire de la porosité) est ici de 64%. Or pour un empilement compact dans le cadre de billes de diamètre unique, la compacité est de 74% (cf la cristallographie). La différence entre ces deux valeurs tient dans le fait que dans le premier cas l'empilement des billes est aléatoire, du type marche au hasard, contrairement à l'empilement cristallographique dans le deuxième cas qui est un empilement très ordonné : ordre A-B-A-B ou A-B-C-A-B-C, etc...

Sédimentation

Pour une particule plus dense que le fluide environnant, sa vitesse de sédimentation est fixée par l'équilibre entre poids apparent et force de frottement visqueux. Pour un écoulement tel que son Reynolds est petit devant 1, la formule de Stokes pour la force de traînée s'applique, ce qui donne en équilibrant avec le poids apparent

$$U_{sed} = \frac{2}{9}d^2\frac{\rho^*g}{4\eta} \quad (3)$$

avec d diamètre des particules du lit, $\rho^* = \rho_p - \rho_f$ masse volumique apparente des particules, ici égale à 1500 kg/m^3 .

Avec cette formule, on peut avoir le rapport entre vitesse de fluidisation minimale et vitesse de sédimentation d'une particule. En effet, à la fluidisation, c'est la limite de validité de loi de Darcy [1] donc on a $U_{fm} = -\frac{k}{\eta} \frac{\Delta p_0}{L}$. En utilisant le lien entre Δp et ϕ dans la zone de fluidisation, on a $\Delta p_0 = -\phi_0\rho^*gL$ d'où

$$\frac{U_{sed}}{U_{fm}} = \frac{2}{9} \frac{d^2}{4\phi_0k} \quad (4)$$

où ϕ_0 est la compacité initiale, qui est ici de 64%.

2.3 Loi de Richardson-Zaki

La loi de Richardson-Zaki, empirique, relie la vitesse des particules à la compacité du lit. On a ainsi $v_p = U_{sed}(1 - \phi)^5$ si le Reynolds est inférieur à 1.

Or la vitesse relative particules/fluides est $v_{rel} = v_p - v_f = v_p/(1 - \phi)$. Dans l'expérience de fluidisation, cette vitesse relative est la vitesse du fluide car les particules sont entraînées par le fluide, et l'on a donc

$$U_f = U_{sed}(1 - \phi)^4 \quad (5)$$

3 Résultats et commentaires

3.1 Remarques préliminaires

Lors du TP, la première chose à faire est d'estimer grossièrement la vitesse minimale de fluidisation, ce qui distingue les deux régimes. On veillera notamment à être en deçà de cette limite lors de la mesure de la perméabilité k , afin de pouvoir appliquer la loi de Darcy et de la tester.

On effectue la mesure au débitmètre de droite. On obtient ($h = 31,5 \pm 0,5$) mm, ce qui correspond, à l'aide de la courbe d'étalonnage, à un débit $Q = 5,5 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{s}$, $\sigma = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3/\text{s}$. Ayant un diamètre d de 20 mm pour la colonne cylindrique, cela donne

$$U_{fm} = 1,8 \text{ mm/s} \quad (6)$$

La température tout au long de l'expérience est de 25°C, donc l'on utilisera la valeur de viscosité de l'eau à cette température $\eta = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ Pl}$.

Lors de la fluidisation, il y a un décalage de 20 mm entre la valeur lue sur la règle et la hauteur réelle du milieu granulaire. Dorénavant cette correction est systématiquement effectuée : toutes les données qui suivront seront des données corrigées.

Enfin, et c'est essentiel afin de valider tous nos calculs, on a calculé le nombre de Reynolds caractéristique de l'expérience avec $U = U_{fm}$, et l'on a obtenu : $Re = 0,6 < 1$: nous sommes bien dans le domaine d'étude évoqué dans la partie théorique.

3.2 Mesure de la perméabilité du lit

Perméabilité du lit

Ici nous prenons deux séries de mesure, afin de tester la reproductibilité de l'expérience. Nous mesurons Δp en fonction de U , via le débitmètre. Voici le graphe d'étude de la première série de mesure :

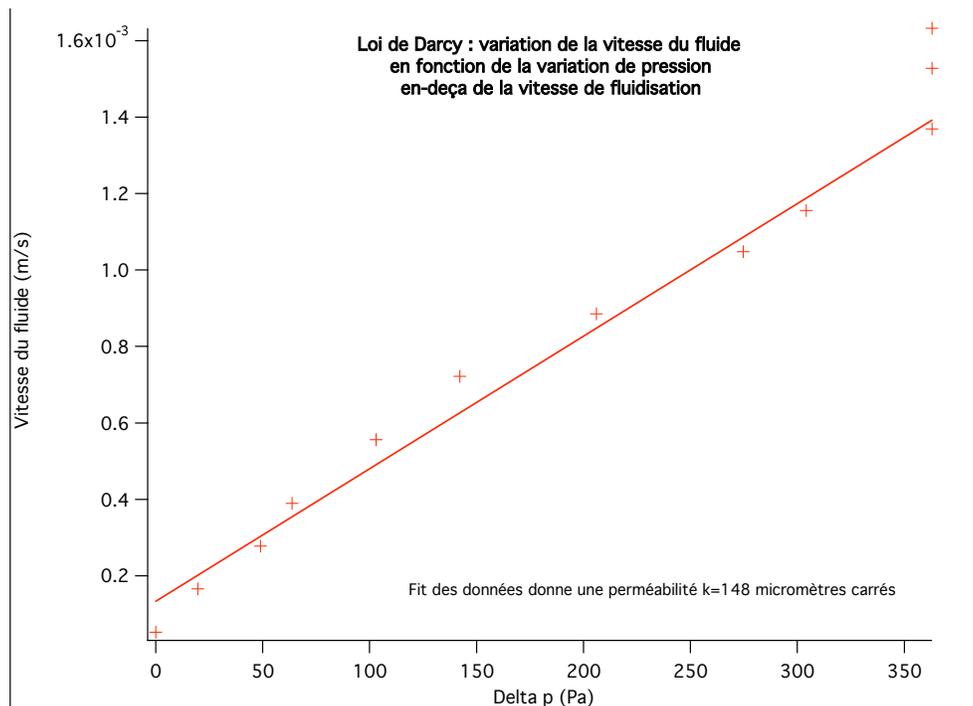


FIG. 2 – Détermination de la perméabilité du milieu poreux étudié

On résume ici les résultats obtenus : on obtient $k = 1,48.10^{-10} \text{ m}^2$ pour la première série de mesure, $k = 1,41.10^{-10} \text{ m}^2$ pour la seconde, avec $\sigma = 0,0510^{-10} \text{ m}^2$ sur les deux séries de mesure.

On voit donc que l'expérience est reproductible (bien que pour en être réellement sûr, il faudrait la renouveler un grand nombre de fois afin d'avoir des données statistiques plus significatives, mais cela dépasse le cadre d'un TP), et la loi de Darcy est relativement bien vérifiée. Pour ce qui est de la perméabilité on obtient finalement en moyennant sur les deux séries de mesures

$$k = 1,44.10^{-10} \text{ m}^2 \text{ avec un écart-type } \sigma = 0,05.10^{-10} \text{ m}^2 \quad (7)$$

On remarque aussi que l'on obtient, lors de la mesure simultanée du débit et de Δp , un quasi-palier de pression lorsque le débit augmente, et cela avant la mesure initiale de U_{fm} . Cela indique une zone où la loi de Darcy n'est plus valide, ce qui nous permet d'affiner en définitive la mesure de U_{fm} .

On obtient alors pour une hauteur de 27 mm dans le débitmètre $U_{fm} = 1,5 \text{ mm/s}$.

Enfin, k varie suivant le carré du diamètre des particules d selon la théorie, voir (1). On peut ici calculer le coefficient de proportionnalité dans $k = Ad^2$: $A = 3,7.10^{-7}$.

Un calcul de U_{fm} à partir de k

On peut utiliser la valeur expérimentale de k déterminée ci-dessus pour déterminer la vitesse minimale de fluidisation U_{fm} . En effet $U_{fm} = k \frac{\Delta p}{\eta L} = k \frac{\phi \rho^* g}{\eta}$ en utilisant les égalités [1] et [2].

On obtient alors $U_{fm} = 1,7 \text{ mm/s}$: ce résultat est parfaitement en accord avec l'estimation déjà effectuée précédemment.

3.3 Loi de Richardson-Zaki

Afin de vérifier la loi de Richardson-Zaki, on doit mesurer simultanément l'évolution de la compacité ϕ et de la vitesse moyenne du liquide U_f . Pour cela on mesure la hauteur du liquide et le débit du fluide.

En effet, si on note N le nombre de particules, la compacité se définit par $\phi = \frac{4N\pi d^3}{24Sh}$ où S est la section du tube cylindrique et h la hauteur du lit fluidisé. Initialement $h = h_0 = L = 48 \text{ mm}$.

La conservation de N nous permet de relier la variation de hauteur à ϕ , en écrivant l'égalité ci-dessus à l'origine et en l'injectant dans l'égalité générale. On obtient alors

$$\phi = \frac{h_0 \phi_0}{h}$$

Ainsi en mesurant à la règle h on remonte à ϕ .

Avant de présenter les résultats de la mesure expérimentale, on peut calculer à l'aide de l'égalité [4] et connaissant U_{fm} et k la vitesse de sédimentation d'une particule U_{sed} . On obtient $U_{sed} = 0,125 \text{ m/s}$, que l'on confrontera à la valeur mesurée.

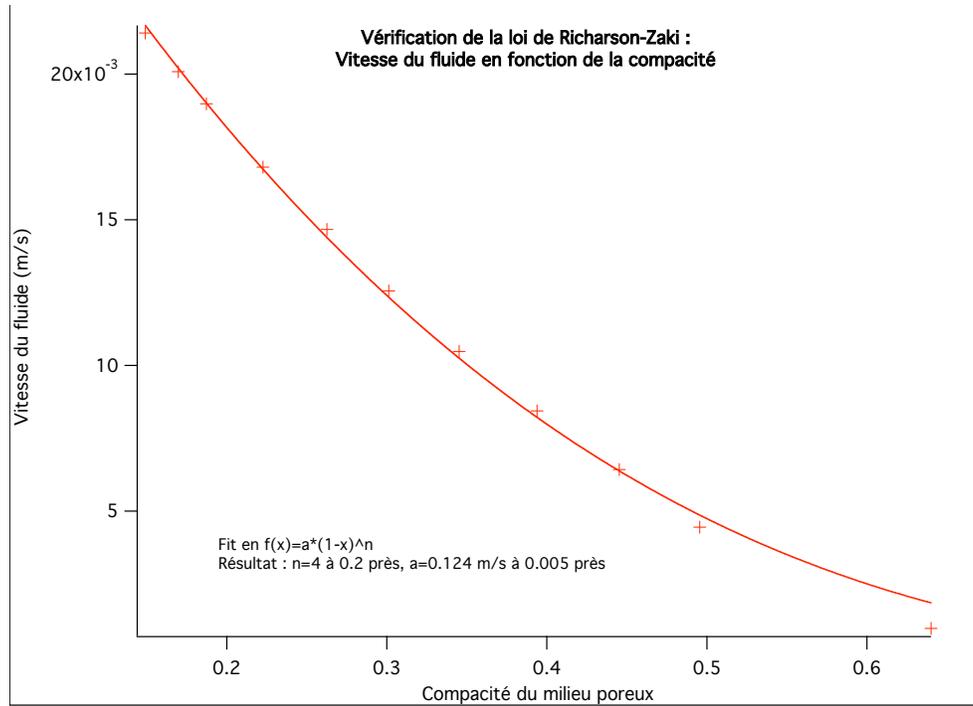


FIG. 3 – Test de la loi de Richardson-Zaki

La courbe ci-dessus présente le résultat de la série de mesure effectuée selon le protocole décrit. On voit donc que la loi de Richardson-Zaki est remarquablement vérifiée dans cette expérience, et l'on obtient grâce à son ajustement

$$U_{sed} = 0,125 \text{ m/s avec un écart-type } \sigma = 0,005 \text{ m/s} \quad (8)$$

en accord avec la valeur calculée à partir de k et de U_{fm} .

3.4 Rupture brutale du gradient de pression lors de la fluidisation

On termine ce TP par l'étude de de la réaction du lit fluidisé à une variation brutale de débit du fluide via une coupure de la vanne d'arrivée. Le lit sédimente, et le front de sédimentation monte progressivement.

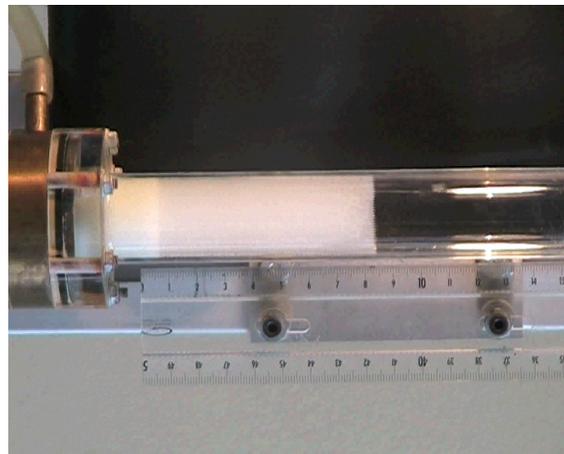


FIG. 4 – Sédimentation du lit après coupure de la vanne d'arrivée

L'opération a été filmée avec un caméscope et traitée sous IMovie et ImageJ afin d'en tirer un diagramme spatio-temporel, ce qui permet d'accéder à la vitesse de sédimentation du front supérieur et à la vitesse de montée du front inférieur.

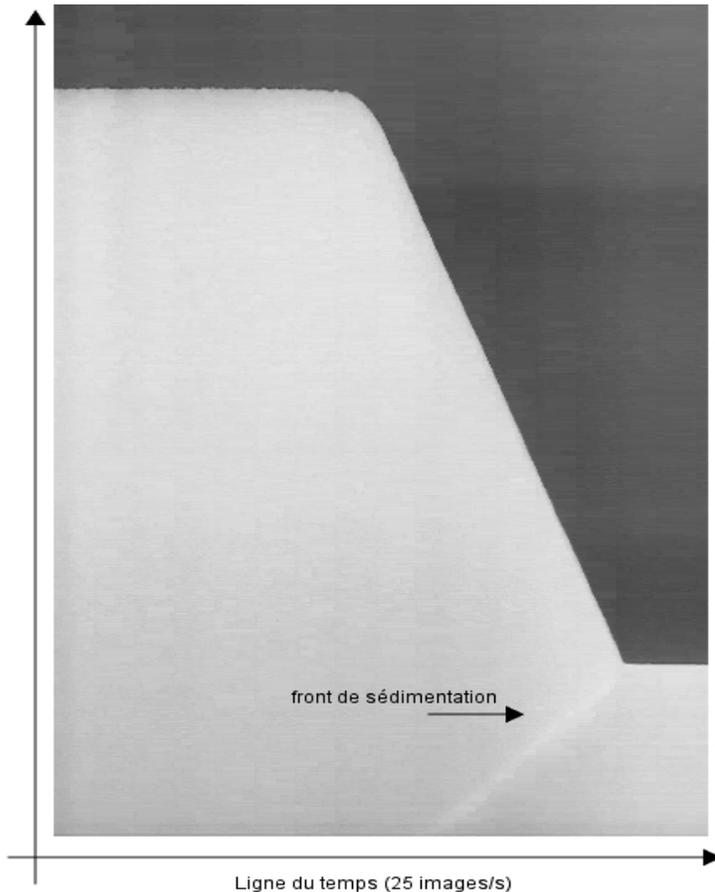


FIG. 5 – Diagramme spatio-temporel

La ligne verticale désigne une ligne du fluide prise dans le sens de la hauteur. Cette ligne évolue au cours du temps, et l'on peut voir la chute du lit fluidisé puis la montée du front de sédimentation.

On utilise la hauteur finale comme référence dans la conversion pixel ↔ millimètre, et la conversion pixel temporel ↔ temps est fixée par la vitesse d'acquisition, ici de 25 images par seconde.

Pour vérifier la reproductibilité de l'expérience, deux mesures ont été effectuées. On a obtenu

- $V_p = 1,8 \text{ cm/s}$ et $V_{front} = 0,8 \text{ cm/s}$ pour la première mesure
- $V_p = 1,9 \text{ cm/s}$ et $V_{front} = 0,6 \text{ cm/s}$ pour la deuxième mesure

où V_p et V_{front} désignent respectivement les vitesses de descente du front supérieur et de montée du front inférieur. L'écart-type sur chacune de ces mesures est d'environ $\sigma = 0,1 \text{ cm/s}$ pour V_p , $\sigma = 0,05 \text{ cm/s}$ pour V_{front}

Ces mesures sont cohérentes entre elles, ce qui assure la reproductibilité de l'expérience, bien qu'encore une fois cette assertion est un peu trompeuse car il aurait fallu faire bien plus de mesures pour s'assurer de cette reproductibilité de façon rigoureuse.

4 Annexe

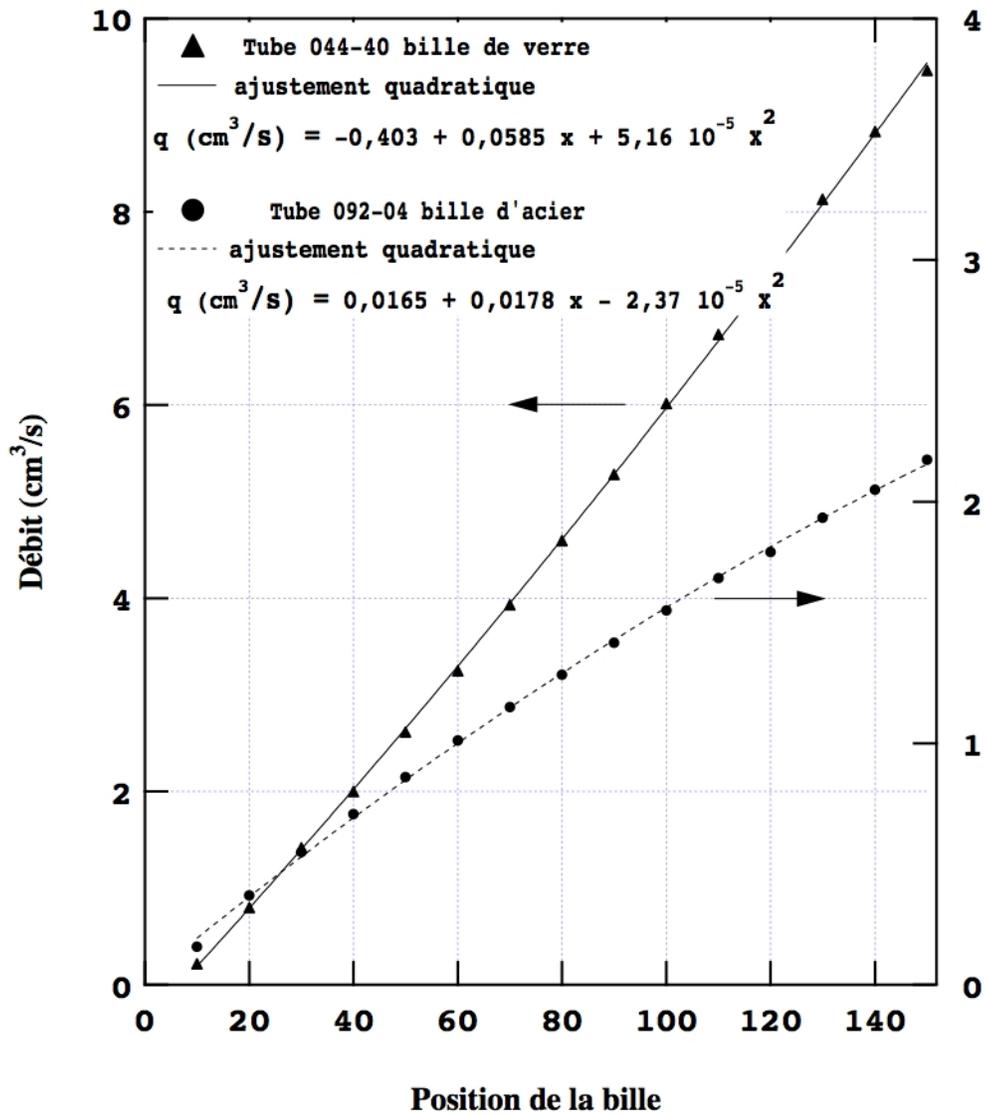


FIG. 6 – Courbe d'étalonnage des deux débitmètres (merci au LPMMH)

Références

- [1] Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, and Luc Petit, *Hydrodynamique physique*, Edp Sciences, 2001.
- [2] Laboratoire LPMMH, *Sujet du TP lit fluidisé*, ESPCI (2007).