Unitarité dans les diffusions $e^+e^- \to W^+W^-$, cas du MSSM

(version du 06/01/2009)

Dans le Modèle Standard l'unitarité est respectée à tous les ordres dans la diffusion $e^+e^- \to W^+W^-$, notamment à l'arbre. Un petit calcul simple montre que cette unitarité est aussi respectée dans le cas du MSSM.

Pour l'étudier il suffit de se rendre compte que la somme des amplitudes dues aux deux Higgs scalaires neutres redonne l'amplitude du Higgs standard dans la limite de haute énergie :

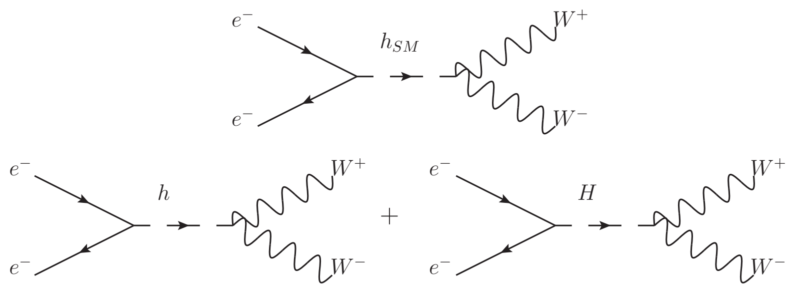

Fig. 1 – Diagrammes à l'arbre ne concernant que les bosons de Higgs dans la diffusion : Modèle Standard puis MSSM

Dans le Modèle Standard on a

$$g_{h_{SM}ee} = -\imath \frac{m_e}{v}, \; g_{h_{SM}WW} = 2\imath \frac{M_W^2}{v} \tag{1}$$

Pour le MSSM, ceci se transforme en

$$g_{hee} = \imath \frac{m_e}{v} \frac{\sin\alpha}{\cos\beta}, \; g_{hWW} = 2\imath \frac{M_W^2}{v} \sin(\beta-\alpha) \tag{2}$$

$$g_{Hee} = -\imath \frac{m_e}{v} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}, \; g_{HWW} = 2\imath \frac{M_W^2}{v} \cos(\beta-\alpha) \tag{3}$$

On pose $p_1 = p(e^-), \; p_2 = p(e^+), \; k_+ = p(W^+), \; k_- = p(W)$ et $q = p_1 + p_2 = q_1 + q_2$. On a

$$\mathcal{A}_{SM} = 2\imath \frac{m_e M_W^2}{v^2 \left(q^2 - M_{h_{SM}}^2\right)} \bar{v}(p_2) u(p_1) \varepsilon^*(k_+). \; \varepsilon^*(k_-)$$

Pour le MSSM, on utilise les couplages donnés en (2) (3), ce qui nous fournit le résultat suivant :

$$\mathcal{A}_h + \mathcal{A}_H = 2\imath \frac{m_e M_W^2}{v^2} \bar{v}(p_2) u(p_1) \varepsilon^*(k_+). \; \varepsilon^*(k_-) \left(\frac{-\sin(\beta-\alpha)\sin\alpha/\cos\beta}{q^2 - M_h^2} + \frac{\cos(\beta-\alpha)\cos\alpha/\cos\beta}{q^2 - M_H^2} \right)$$

On peut simplifier avec $-\sin(\beta-\alpha)\dfrac{\sin\alpha}{\cos\beta} = -\dfrac{\tan\beta}{2}\sin(2\alpha)+\sin^2\alpha$ ainsi que $\cos(\beta-\alpha)\dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \dfrac{\tan\beta}{2}\sin(2\alpha)+\cos^2\alpha$

On se place maintenant à très haute énergie : $q^2 \gg M_{h,H,H_{SM},W}$. On a alors

$$\mathcal{A}_{SM} \sim 2\imath\frac{m_e M_W^2}{v^2 q^2}\bar{v}(p_2)u(p_1)\varepsilon^*(k_+).\ \varepsilon^*(k_-) \tag{4}$$

et

$$\mathcal{A}_h + \mathcal{A}_H \sim 2\imath\frac{m_e M_W^2}{v^2 q^2}\left(\frac{\tan\beta}{2}\sin(2\alpha)+\cos^2\alpha - \frac{\tan\beta}{2}\sin(2\alpha)+\sin^2\alpha\right) \tag{5}$$

On retrouve donc dans le MSSM la même amplitude que dans le Modèle Standard, dont on sait qu'elle corrige la divergence due à la masse non nulle des électrons : l'unitarité n'est pas ici violée. On peut faire remarquer ici qu'un calcul tout à fait similaire donne la même conclusion en ce qui concerne le processus $e^+e^- \to ZZ$

Dans une prochaine note nous étudierons le cas de la production de H, h en association avec un boson Z, où le genre d'annulation trigonométrique utilisé ici n'a pas lieu du fait de la production séparée entre h et H.