

# Concours commun Mines-Ponts 2004

Oral de mathématiques

24 juin 2004

## Exercice 1

Soit la fonction réelle  $f$  définie par :

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\ln(t)}$$

Etudier  $f$ .

## Exercice 2

Soient  $A$  et  $B$  deux parties fermées d'un espace vectoriel normé  $E$ .  
 $A + B$  est-elle une partie fermée ?

On pourra s'intéresser aux sous-groupes de  $\mathbb{R}$ .

## Exercice 3

Trouver tous les polynômes  $P \in \mathbb{C}[X]$  tels que  $P(X^2) = P(X)^2$ .

## Exercice 4

Soit

$$u_n = \left(\operatorname{ch}\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^\alpha} - 1$$

Etude de la nature de la série de terme général  $u_n$  selon les valeurs

de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

### **Remarques**

Seuls les deux premiers exercices ont été donnés en préparation. Les deux derniers ont été donnés au tableau sans pour autant que les deux exercices précédents aient été résolus.

L'examineur a indiqué en cours d'oral que le premier était faisable par un bon élève de terminale; le temps de préparation a été de 15 minutes.