# Transformation de Fourier.

→ Rappel qui est Fourier.

## 1) Définition - Théorème de Fourier.

$s(t)$ fct de $t$ périodique $\quad T_0 = \frac{1}{F_0}$

Elle peut dc s'écrire sous la forme d'une somme de fct sinusoïdales de fréquences $f$ multiples de la freq $F_0$

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ a_n \cos(2\pi n F_0 t) + b_n \sin(2\pi n F_0 t) \right] \quad (1)$$

$a_n$ et $b_n$ st des coef de la série de Fourier

calculer comme suit : $a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t)\,dt = \overline{s(t)}$

valeur moyenne ou composante continue

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \cos(2\pi n F_0 t) \cdot dt \quad \text{pr } n \geq 1$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \sin(2\pi n F_0 t)\,dt \quad \text{pr } n \geq 1$$

→ Peut aussi s'écrire sous la forme d'un dev en harmoniques :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi n F_0 t + \varphi_n)$$

avec $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ $\quad \varphi_n = \operatorname{Arctan}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$

(*) Forme complexe

→ Figure 2.1 p 20 Traitem' des signaux & acq de données.

## 2) Signal sinusoïdal.

utile car bcp signaux sinu.

$s(t) = \cos(2\pi F_0 t)$

$a_0 = 0$

$a_1 = 1$

$a_n = 0$ pr $n > 1$

$b_n = 0$ pour $n \geq 1$.

$$S(f_0) = \frac{1}{2}(a_1 - j b_1) = \frac{1}{2}.$$

$$S(-f_0) = \frac{1}{2}(a_{-1} - j b_{-1}) = \frac{1}{2}(a_1 + j b_1) = \frac{1}{2}$$

d'où : $S(f) = \frac{1}{2}\left[\delta(f + F_0) + \delta(f - F_0)\right]$

→ Figure 2.5 p 24.

• Faire de même avec signal carré périodique

3) Propriété du dév en série de Fourier.

- linéarité $\quad x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} X(f) \qquad y(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} Y(f)$

$$a.\,x(t) + b\,y(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} a.X(f) + b.Y(f)$$

ac a et b cte

- la parité :
  - $x(t)$ paire & réelle $\qquad b_n = 0$ et $X(f)$ paire & réelle
  - $x(t)$ réelle & impaire $\qquad a_n = 0$ et $X(f)$ imaginaire & impaire
  - $x(t)$ quelconque $\qquad X(f)$ complexe ac une partie réelle paire une partie imaginaire impaire

---

(*) $$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(nF_0) . e^{j 2\pi n F_0 t}$$

$$S(nF_0) = \frac{1}{2}(a_n - j b_n) = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s(t).e^{-j 2\pi n F_0 t}\,dt \quad \text{pr } n \geq 1$$

$S(0) = a_0 \qquad a_{-n} = a_n \qquad b_{-n} = -b_n$