

Filtrages.

①

Niveau PCSI (1^{ère} année)

Pré requis: circuit RC, RL, impédance complexe
pt diviseur de tension, onde acoustique.

Intro (péda) milieu d'année car bp de notion électrocinétique
à bien maîtriser

diff: math à équater

avan: bp de manip & diagramme $\Rightarrow$ visuel.

Intro: filtre: lorsqu'un sys physique transforme un signal
fourni en entrée en un signal en sortie qui ne
présente qu'une partie de ces prop.

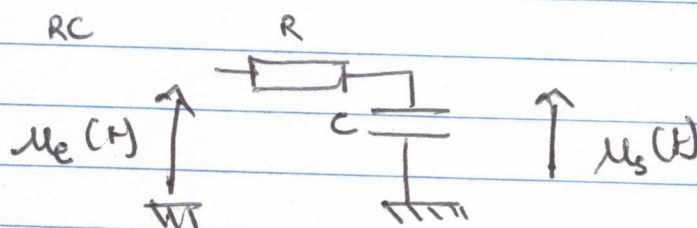
ex lycée: filtre couleur.

IG: électrocinétique pr filtrer une onde
par ex des ondes sonores.

I) Outils d'étude des filtres.

1) Fonction de transfert

Montage RC



$u_e(t)$ aux bornes du générateur
 $u_s(t)$ " " " condensateur

G.B.F donne $\underline{u_e(t)} = \underline{u_{em}} e^{j\omega t}$

$\omega = 2\pi f$
 'pulsat°'

Mesure. $\underline{u_s(t)} = \underline{u_{sm}} e^{j\omega t}$

En utilisant un pont diviseur de tension:

$$\underline{u_s} = \underline{u_e} \frac{Z_c}{R + Z_c} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} \underline{u_e}$$

$$\Rightarrow \underline{u_s} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \underline{u_e}$$

Fonction de transfert $\underline{H(j\omega)} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

on déf la pulsat° de coupure

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$H(\omega_0) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$$

On peut évident remarque $\underline{u_s}(\omega) = \underline{u_e}(\omega) \underline{H(j\omega)}$

→ Python orange entrée
 sortie bleue. } joué ac paramètre

2) Diagramme de Bode

Diagramme qui permet de visualiser l'effet d'un filtre sur un signal

En pratique on utilise $f = \frac{\omega}{2\pi}$

On pose alors $H(j\omega) = \underline{T}(f)$

$$= |\underline{T}(f)| \exp[j\phi(f)]$$

$$= \frac{1}{1 + jf/f_0}$$

Domaine spectral très étendu, on utilise en abscisse le log de f .

Ordonnées: gain de tension exprimé en dB.

$$G_u(f) = 20 \log |\underline{T}(f)|$$

introduite par Américain Alexander Bell car:

- module de $\underline{T}(f)$ peut varier fortement (log permet de réserver le domaine)
- exp acoustique montre que la sensation sonore d'un signal acoustique est $\propto$ au log de la puissance mécanique reçue par le tympan
- multiplié par 10 pr adapté l'unité à des valeurs $\oplus$ compréhensibles
- facteur 2: puissance $\propto$ au carré d'une tension en sortant le carré au log: 2.

$$\underline{T}(f) = \frac{1}{1 + jf/f_0}$$

donc $|\underline{T}(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2}}$

$$\text{d'où } G_u = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2}} \right)$$

$$X = \log f$$

$$f = 10^x$$

$$= 10 \log \left(1 + \frac{10^{2x}}{f_0^2} \right)$$

Tracer $G_u = f(x)$: diagramme de Bode
en amplitude

→ Python

- On a vu sur le premier tracé qu'il y avait un déphasage.

$$\Rightarrow \phi = \phi_s - \phi_e = -\arctan\left(\frac{f}{f_0}\right)$$

→ Python

3) fréquence de coupure

f_0 : freq de coupure.

$$G_u(f_0) = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f_0}\right)^2}} \right)$$

$$= -10 \log 2 \approx -3 \text{ dB.}$$

grandeur caract du circuit

de plus $\phi(1) = -\frac{\pi}{4}$.

on regardera généralement le comportement asymptotique
du diagramme de Bode pr éviter que ce soit trop laborieux

• $\omega = f/f_0 \ll 1$

$$\underline{H} \approx 1$$

$$\Rightarrow G_u \approx 0.$$

$$\phi \approx 0$$

⇒ droite horizontale = asymptote.

• $\omega = f/f_0 \gg 1$

$$\underline{H} \approx -j \frac{1}{\omega}$$

$$G = 20 \log |\underline{H}| = 20 \log \left(\frac{1}{\omega} \right) \\ = -20 \log(\omega)$$

$$\phi \approx -\frac{\pi}{2}$$

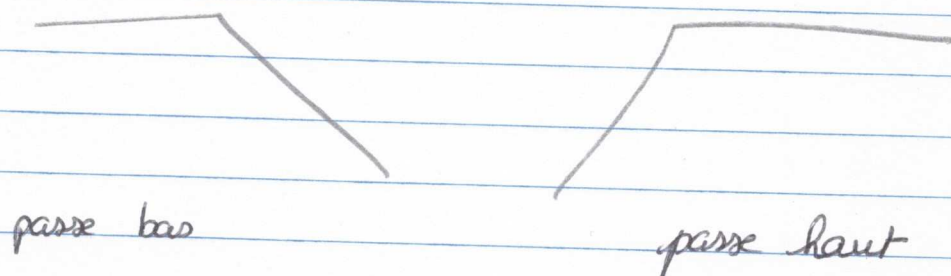
$\Rightarrow$ pente ϕ vaut -20 dB droite passe par $G(1) = 0$.

II) Les différents type de filtres.

1) Passes bas et Passe haut.

passer bas : laisse passer les basses fréq RC.
passer haut " " hautes fréq CR.

Diagramme de Bode



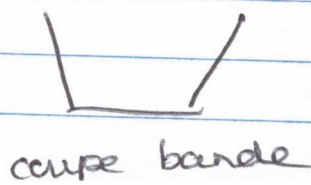
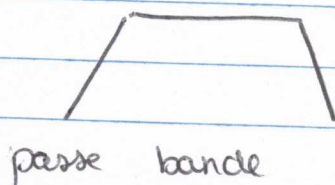
$\rightarrow$ Vidéo musique à la maison
filtre passe haut & bas - exp sonore.

1 filtre passe haut } simulé commencé à 30 sec
2 filtre passe bas }

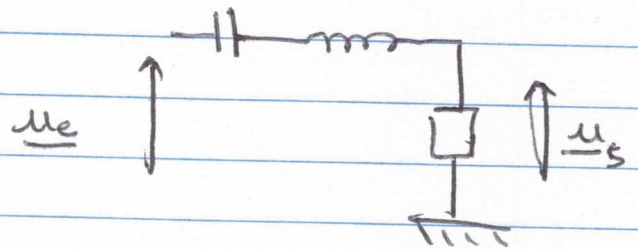
2) Passe bande et coupe bande

Si on veut "relier" une gamme de fréq ou au contraire en garder ?

$\Rightarrow$ passe bande ou coupe bande
= 2 fréq de coupure



Exp de passe bande RLC



$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{R\omega C}\right)}$$

on pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ (facteur de qualité)

$$H(jx) = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$$G = 20 \log |H(j\omega)|$$

$$= 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} \right)$$

$$\phi = -\arctan \left(Q \left(x - \frac{1}{x} \right) \right)$$

~~Avec R, L, C et u_e~~

→ Projeté diagramme exp unisociel.

3) Ordre des filtres.

Regarder le
~~ordre 1~~

fonct° de transfert

$$H(j\omega) = \frac{Aw + B}{Cw + D}$$

avec A, B, C et D des cte (A pouvant être nul.)

⇒ ordre 1

forme $H(j\omega) = \frac{A_1 \omega^2 + B_1 \omega + C_1}{A_2 \omega^2 + B_2 \omega + C_2}$

ac $A_i, B_i, C_i = \text{cte}$
 $\times A_1$ et B_1 pouvant être nul.

$\Rightarrow$ terme en ω^2 au dénominateur = ordre 2.

u) Filtrés actif / passif.

passif: utilise uniquement des composants passifs (R, C, L.)
 actif: " aussi des compo actifs (ampli op)

Conclusion -

Les ~~am~~ filtres primordiaux dans l'ingénierie du son.
 Si on veut des choses $\oplus$ complexes: les filtres actifs
 ac ampli op.