LP 19 : Effet Doppler (post bac)

(

Niveau : PC – PC +

Pré-requis : bases de la physique des ondes
et de l'optique ondulatoire.

Contexte : Je place cette leçon au cours de l'année
L'effet doppler est vu au cours de l'enseignement
des ondes.
Le cours s'articule autour d'une expérience, les étudiants
sont invités à faire les mesures par eux-mêmes.
Il permettra d'introduire quelques connaissances sur
les mesures en astrophysique et de manipuler des
signaux périodiques.

Introduction

* Effet Doppler = effet observable sur les ondes lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif.
* Cela se caractérise par une différence entre la fréquence d'un signal émis et celle du signal reçu.
* Phénomène étudié par Christian Doppler en 1842 et étendu aux ondes électromagnétiques par Hippolyte Fizeau en 1848.
* Observé dans la vie de tous les jours,
  ex : voiture qui s'approche ou qui s'éloigne,
  – s'approche = aigus
  – s'éloigne = grave

SON WIKIPÉDIA

* C'est un phénomène très facilement visualisable sur la simulation PYTHON

* Nous allons essayer de comprendre ce phénomène et l'utiliser pour mesurer la vitesse d'un train, technique appelée cinémométrie Doppler.

I) Calculs théoriques

1) Décalage en fréquence

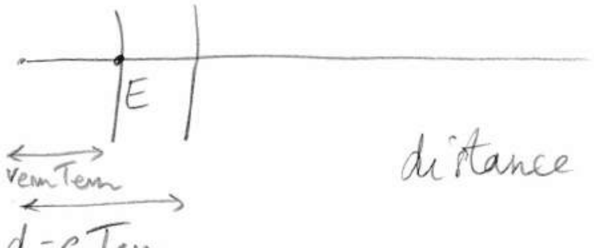
* Source = émet des bips à la fréquence f_{em}, émetteur et récepteur ont un mouvement relatif.

* émission du 1er bip

$$\boxed{\text{Référentiel = Le tableau}}$$

* émission du 2e bip, $\Delta t = T_{em}$

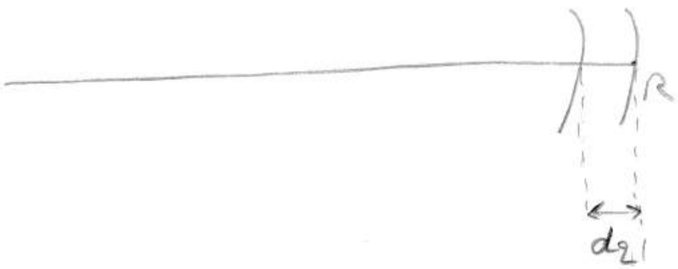
Le premier bip a parcouru $d_1 = cT_{em}$



distance entre 2 bips :

$$d_2 = (c - v_{em})T_{em}$$

* réception du 1er bip



* réception du 2e bip $\Delta t = T_{rec}$

$$d_3 = cT_{rec} = v_{rec}T_{rec} + (c - v_{em})T_{em}$$

$$\frac{c}{f_{rec}} = \frac{v_{rec}}{f_{rec}} + \frac{c - v_{em}}{f_{em}}$$

$$\frac{c - v_{em}}{f_{em}} = \frac{c - v_{rec}}{f_{rec}}$$

$$\boxed{\frac{f_{em}}{f_{rec}} = \frac{c - v_{em}}{c - v_{rec}}}$$

Dans la plus part des cas, notament pour les ondes électromagnétiques, $c \gg v_{em}$ et v_{rec}

Le décalage en fréquence est difficile à observer

Simulation PYTHON

$\longrightarrow$ battements

2) Phénomènes de battements

Une bonne manière d'effectuer les mesures est d'additionner les deux signaux

prenons 2 signaux périodiques

$$A_1 = A_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t)$$
$$A_2 = A_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

en faisant la somme

$$A = A_1 + A_2 = A_0 \left[\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)\right]$$
$$A = 2A_0 \cos\left[\frac{k_1 x - \omega_1 t + k_2 x - \omega_2 t}{2}\right] \cos\left[\frac{k_1 x - \omega_1 t - k_2 x + \omega_2 t}{2}\right]$$

On pose $\left| \begin{array}{ll} \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \bar{\omega} & \dfrac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \omega_m \\ \text{et} \quad \dfrac{k_1 + k_2}{2} = \bar{k} & \dfrac{k_1 - k_2}{2} = k_m \end{array} \right.$

$$\longrightarrow \quad A = 2E_0 \cos(\bar{k} x - \bar{\omega} t) \cos(k_m x - \omega_m t)$$

Ce qui correspond à une onde d'amplitude variable

$$A = 2A_0(x,t) \cos(\bar{k} x - \bar{\omega} t)$$

$\longrightarrow$ Simulation PYTHON

$T_m = \; .. 10^{-3}$ s
$f_m = 1000\ s^{-1} \longrightarrow \Delta f = 2000\ s^{-1}$

* Une application très courante est la cinémométrie Doppler. C'est la technique utilisée pour mesurer la vitesse des voitures sur l'autoroute par exemple. Les radars sur l'autoroute utilisent une onde électromagnétique (c = vitesse de la lumière dans l'air). L'onde est émise par le radar puis réfléchie par la voiture. Enfin elle est mesurée

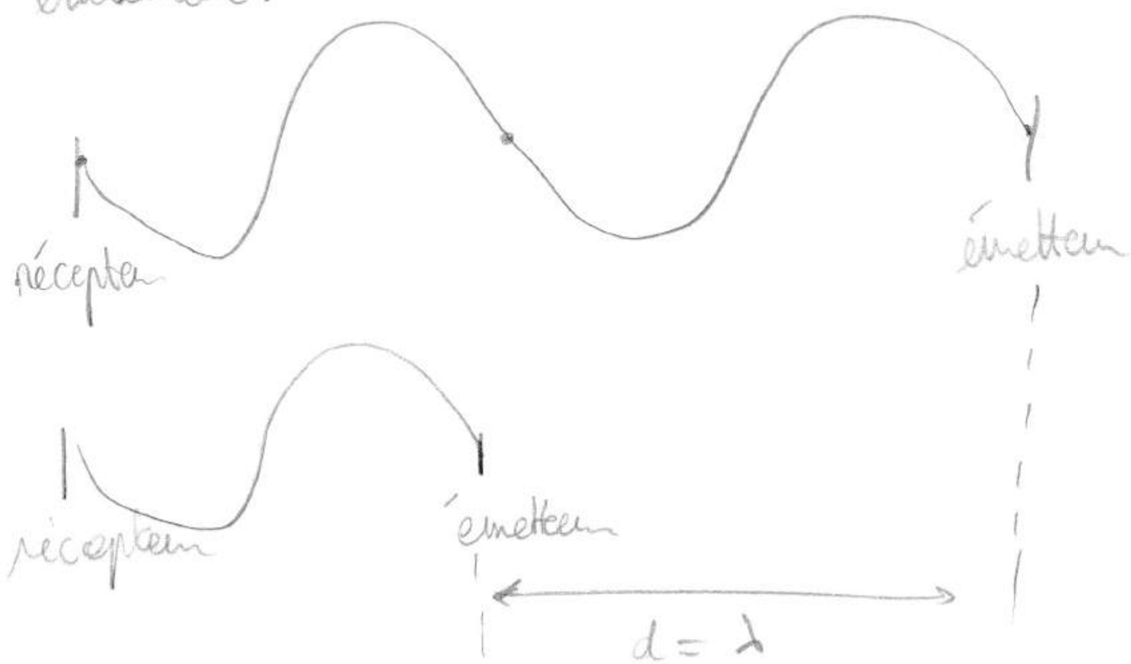
* Je propose de mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de vitesse d'un train magnétique par cette technique

II) Cinémométrie Doppler

Recepteur fixe, signal mesuré par Oscillo.
Emetteur mobile, on mesure le signal directement depuis le train.
Onde utilisée = ultrason

1) Mesure de la vitesse du son

il faut d'abord mesurer la vitesse de l'onde par étalonnage.



$$c = f\lambda$$

position intermédiaire = signaux défasés.

2) Mesure de la vitesse du train

~~pour un émetteur mobile, la fréquence que le récepteur reçoit est~~

$$\cancel{f_{rec} = \frac{f_{em}\, c}{c - v_{em}} = \frac{f_{em}}{1 - \frac{v_{em}}{c}}}$$

$$\cancel{\Delta f = f_{rec} - f_{em} \quad (\Delta f + f_{em})\left(1 - \frac{v_{em}}{c}\right) = f_{em}}$$

On utilise les phénomènes de battements
pour cela il faut exprimer v_{em} en fct
de $\Delta f = f_{rec} - f_{em}$

* $$\frac{f_{em}}{f_{rec}} = \frac{c - v_{em}}{c}$$

* $$\frac{f_{em}}{\Delta f + f_{em}} = \frac{c - v_{em}}{c}$$

$$v_{em} = c\left(1 - \frac{f_{em}}{\Delta f + f_{em}}\right)$$

$$v_{em} = c\,\frac{\Delta f}{\Delta f + f_{em}}$$

---

incertitude sur la mesure

$$\Delta v_{em} = v_{em}\sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$

intérêt de la mesure : très précis,
pour atteindre une telle précision, av chronomètre
il faudrait mesurer sur une très grande distance,
Cette méthode permet une mesure à la vitesse
du son/lumière

III-/ Application en Astrophysique

1) Approximation des faibles vitesses

- très utilisé en astro pour déterminer la vitesse d'objets lumineux (étoiles - galaxies).
- Lorsqu'on observe le spectre d'un objet, on regarde généralement en longueurs d'onde.
- la formule de tout à l'heure devient : en décrivant le mouvement par rapport à la Terre (récepteur) $v_{rec} = 0$, $v_{em} = -v$ (rapprochement)

$$\frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = \frac{c+v}{c}$$

$\Delta\lambda = \lambda_{obs} - \lambda_0$

DL

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} = \frac{v}{c} \longleftarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} = \frac{c+v_0}{c} - \frac{c-v}{c} = 1 - 1 + \frac{v}{c}$$

λ_0

→ permet de connaître la rotation d'une étoile autour du barycentre d'un système étoile - planète, le $\Delta\lambda$ observé sur le spectre est alors $\simeq 2\frac{v}{c}$ (éloignement + rapprochement)

GIF

On se sert de cette technique pour mesurer la vitesse d'un astre par rapport à la Terre en comparant λ_{obs} à la λ normale d'émission, ex Lyman α

$$\longrightarrow \quad \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{norm}} = \frac{v}{c} + 1 = \delta$$

$$-1 < \frac{v}{c} < 1$$

rapprochement | éloignement

donc | $0 < \delta < 2$

---

ex quasar, $\lambda_{Lyman\ \alpha} = 121,6\ nm$

$\lambda_{obs} = 586\ nm$

$\delta = 4,82 \longleftarrow$ problème !

il faut prendre en compte la relativité pour les grandes vitesses

car quasar, très grandes vitesses

2) Effets relativistes

manière simple de faire : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$\beta = \frac{v}{c}$

$T_{rec}^* = \gamma T_{rec}$

$f_{rec}^* = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta} f_{em} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \cdot f_{em}$

d'où $\delta^2 = \frac{1+\beta}{1-\beta} \longrightarrow$ on trouve $\beta = 0{,}917$

Le spectre des galaxies dans l'univers tend vers le rouge. Le décalage fu interprété par Edwin Hubble comme étant dû à un effet Doppler dû à l'expansion de l'univers

Conclusion

pleins d'autres applications, notamment en mécanique des fluides

Velocimétrie laser Doppler

en médecine

L'effet Doppler a aussi une incidence sur la largeur des raies en spectro

Les molécules étant agitées,
→ ΔU des bandes,
→ méthode de détermination de température, thermomètre à 10^{-4}

Bibliographie

* Optique - Eugene Hecht → addition d'ondes
* Relativité - Pérez → bon pour les exemples
* Astronomie et Astrophysique — Séguin - Villeneuve, pas mal pour le calcul de δ et l'explication, l'exemple du quasar est dans le perez
* Wikipedia de l'effet Doppler

Démonstration relat :

$T_{rec}^{*} = \gamma T_{rec}$ ← mesuré ; ← dans le ref propre

$\gamma f_{rec}^{*} = f_{rec}$

sachant que $\frac{f_{em}}{f_{rec}} = \frac{c+v}{c} = 1 + \beta$

$$\frac{f_{em}}{\gamma f_{rec}^{*}} = 1 + \beta$$

$$f_{em} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta} = f_{rec}^{d}$$

$$(1-\beta^2) = (1-\beta)(1+\beta)$$

$$\rightarrow f_{em} \frac{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}}{1+\beta} = f_{rec}^{d}$$

$$\rightarrow f_{em} (1-\beta)^{1/2} (1+\beta)^{1/2} (1+\beta)^{-1} = f_{rec}^{d}$$

$$f_{em} \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = f_{rec}^{d}$$

Commentaires