

CPGE- Mention MP T.P de la Mécanique système pendulaire double

Le but de ce TP est d'étudier expérimentalement le comportement d'un système du :

- pendule simple pesant.
- pendule de torsion.
- pendules couplés.

1 Présentation

Le dispositif expérimental est oscilloscope pendulaire double avec acquisition formé d'un bâti et de deux tiges d'inertie ajustable. Chaque tige est dotée de deux supports de masse sur lesquels on peut engager des masses additionnelles de différentes valeurs. Les deux tiges peuvent être couplées par un fil de torsion pincé entre les mandrins des deux tiges pendulaires. Chacun des deux pendules pesants est doté d'un capteur de position angulaire constitué d'un potentiomètre alimenté par une tension de +5V.

2 Mise en oeuvre expérimentale

2.1 Réglages

- Vérifier l'horizontalité du bâti;
- Desserrer le couplage par torsion et régler séparément l'équilibre indifférent de chacun des deux pendules en l'absence de toute masse additionnelle;
- Faire alimenter la centrale d'acquisition **SYSAM-SP5**;
- Connecter la centrale d'acquisition **SYSAM-SP5** à l'ordinateur via le port USB;
- Démarrer le logiciel **LATIS-PRO**;
- Faire alimenter le potentiomètre du système pendulaire à l'aide de l'alimentation (+5V) fournie par la centrale d'acquisition **SYSAM-SP5** (voir FIG.1);
- Brancher le potentiomètre du système pendulaire sur une des entrées simples (EA0...EA7) de la centrale d'acquisition **SYSAM-SP5** (voir FIG.1).



figure

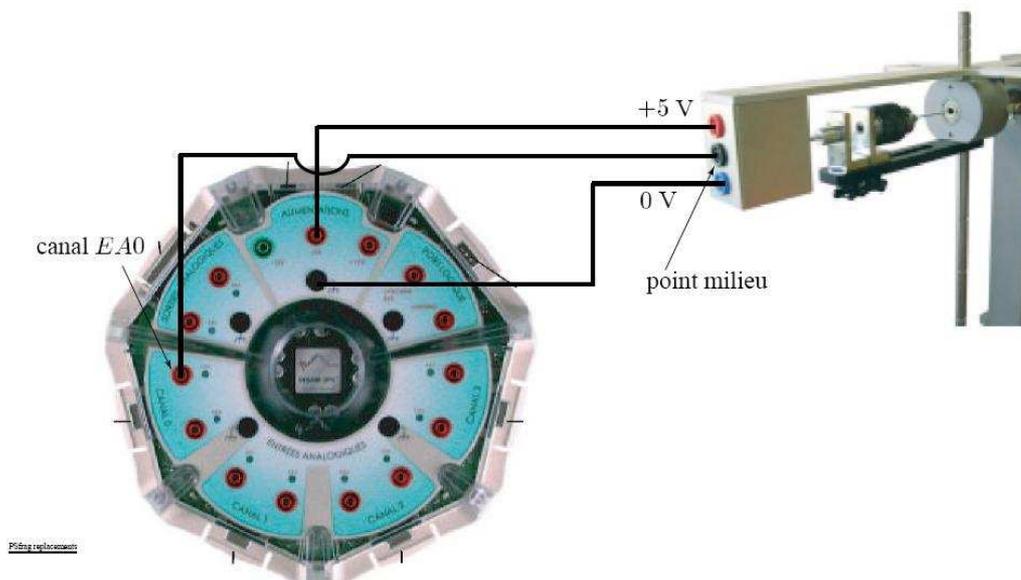


FIG. 1 – Alimentation du potentiomètre

2.2 analyse quantitative

On peut faire ressortir les fréquences (périodes) propres du système de deux façons :

- à partir de la réponse temporelle : **Mesures automatiques**
 - Pour cela, dans le menu **Outils de LATIS-PRO**, choisir Mesures Automatiques ;
 - De la **Liste des Courbes**, faire glisser le nom de la courbe étudiée dans la zone : Glisser une courbe ici...
 - La lecture de la période (de la fréquence, ...) est directe.
- à partir de l'analyse spectrale (analyse de FOURIER) :
 - Dans **paramètres** : sélectionner **Aquisition**
 - dans la barre d'outil sélectionner **Traitement** → **Calculs spécifiques** → **Analyse de Fourier**
 - **Courbes** : glisser dans ce champ, depuis la liste des courbes, la courbe à analyser.
 - **Calcul** : l'appui sur ce bouton exécute le calcul du spectre d'amplitude du signal à analyser.

3 Étude du pendule pesant :

3.1 Rappels théoriques :

on appelle pendule pesant, tout solide mobile autour d'un axe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie. lors du mouvement du pendule, on appelle θ l'angle formé par l'axe du pendule et sa position à l'équilibre. de plus, nous considérons que la liaison pendule-axe est parfaite et négligeons le moment des forces de frottement avec l'air.

- Déterminer l'équation différentielle du mouvement ;
- Pour des petites oscillations autour de la position $\theta \sim 0$, trouver la solution générale de l'oscillateur ainsi que sa période.

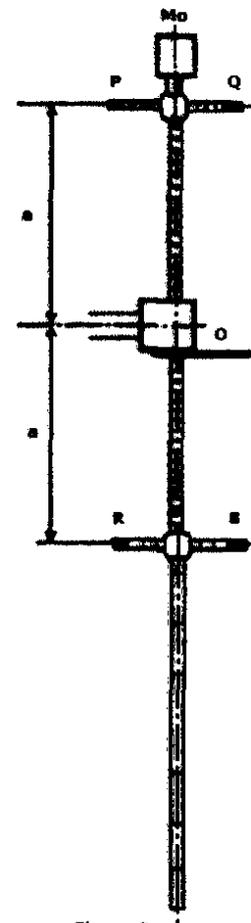
3.2 Mesure du moment d'inertie J_0 du pendule sans masse additionnelle et en équilibre indifférent

un système est dans un état d'équilibre indifférent quand, écarté de cet état, il se stabilise dans sa nouvelle position.

Nous désignerons par PQ et RS les deux barreaux horizontaux (Figure ci-contre) portés par chacun des pendules et par a (lorsqu'ils sont équidistants de l'axe de rotation O) leur distance commune à cet axe.

Utilisons le pendule A sans intervention d'un fil de torsion.

Les barreaux PQ et RS étant à la même distance ($a=22\text{cm}$) de l'axe de rotation O, nous réglons le pendule A à l'équilibre indifférent en déplaçant la masselotte M_0 .



figure

Ensuite nous chargeons le barreau inférieur RS successivement de masse M_1 , M_2 et M_3

- Déterminer le moment d'inertie J du système pendulaire avec la surcharge M , on peut négliger le moment d'inertie j de la masse M (rondelle) par rapport à l'axe du barreau.
- Trouver un expression simple de la période T en utilisant l'égalité $\frac{\pi^2}{g} \simeq 1$
- Dédire l'expression de l'incertitude sur la grandeur J_0
- Faire activer la voie ou canal EA0 en cliquant dessous dans la fenêtre **Paramétrage d'acquisition** ;
- Dans la même fenêtre, choisir **Temporelle** comme mode d'acquisition ;
- Dans le mode d'acquisition **Temporelle**, choisir le mode **Normale** et $T_e = 5\text{ms}$ (Points : 1000 ; Total : 5s).
- Enregistrer l'image en état d'oscillations à l'aide de SYSAM-SP5 et LATIS-PRO en actionnant le bouton F_{10} du clavier, enregistrer le fichier .
- Remplir le tableau suivant :

M(Kg)	M.a	T	T ²	J ₀	ΔJ ₀	$\frac{\Delta J_0}{J_0}$
0.5						
1						
1.5						

Remarque :

nous adopterons pour J₀ la moyenne de ces 3 valeurs soit J₀ = 0,086Kg.m²

4 Étude du pendule de torsion :

4.1 Réglages

On connaît déjà (manipulation 1) le moment d'inertie J_o du pendule A en équilibre indifférent. On serre très fortement les mandrins¹ à la distance L l'un de l'autre sur une tige en chrysocale de diamètre d. On bloque le pendule B en maintenant vertical (et à zéro) le pendule A. A ce moment, le pendule A qui était en équilibre indifférent, devient un véritable pendule de torsion..

4.2 Détermination de la constante de torsion C d'un fil :

On fait osciller le pendule A dans 3 conditions différentes :

- Sans masse additionnelle avec :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_0}{C}}$$

- Avec deux masses m₁, égales sur les barreaux PQ et RS. A ce moment la période mesurée est :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + 2m_1a^2}{C}}$$

(en négligeant les moments d'inertie définis p2 et 3).

- Avec deux masses m2 égales sur les barreaux PQ et RS. La période a pour expression :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + 2m_2a^2}{C}}$$

Dans toutes les expressions de ces périodes, tous les termes sont connus sauf C.

- Faire activer la voie ou canal EA0 en cliquant dessous dans la fenêtre **Paramétrage d'acquisition** ;
- Dans la même fenêtre, choisir **Temporelle** comme mode d'acquisition ;
- Dans le mode d'acquisition **Temporelle**, choisir le mode **Normale** et T_e = 10ms(Points :1000; Total : 10s).
- Enregistrer l'image en état d'oscillations séparées à l'aide de SYSAM-SP5 et LATIS-PRO en actionnant le bouton F₁₀ du clavier, enregistrer le fichier .

Remplir le tableau suivant :

M(Kg)	T(s)	T ²	2Ma ²	J = 2Ma ² + J ₀	4π ² J	C = $\frac{4\pi^2 J}{T^2}$
0						
0.2						
0.5						

5 Étude du pendules couplés :

5.1 Rappels théoriques :

En cherchant les équations différentielles du mouvement(dans l'hypothèse des faibles amplitudes),vérifier que les équations horaires des deux pendules pesants couplés par torsion est donné par :

$$\theta_1(t) = \frac{A}{2} \cos(\omega_{01}t - \varphi_1) + \frac{B}{2} \cos(\omega_{02}t - \varphi_2) \tag{1}$$

$$\theta_2(t) = \frac{A}{2} \cos(\omega_{01}t - \varphi_1) - \frac{B}{2} \cos(\omega_{02}t - \varphi_2) \tag{2}$$

¹Serrer un mandrin, avant de serrer l'autre, dévisser légèrement un des écrous permettant de varier l'écartement et serrer en même temps cet écrou et le deuxième mandrin.

avec

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{mga}{J}} \quad \text{et} \quad \omega_{02} = \sqrt{\frac{mga + 2C}{J}}$$

où

- m est la masse additionnelle ;
- g l'accélération de la pesanteur ;
- a la distance séparant l'axe de rotation à celui passant par le centre d'inertie G du système ;
- J le moment d'inertie du pendule pesant.

5.2 Acquisition de mesures avec le logiciel LATIS-PRO

5.2.1 Oscillations d'un seul pendule (oscillations séparées des pendules)

- Découpler les deux pendules précédemment étudiés , et libérer le pendule fixé.
- alimenter le potentiel de deuxième pendule en inversant les bornes d'alimentation.
- Faire activer la voie ou canal EA0 pour le premier pendule et EA4 pour le deuxième, en cliquant dessous dans la fenêtre **Paramétrage d'acquisition** ;
- Dans la même fenêtre, choisir **Temporelle** comme mode d'acquisition ;
- Dans le mode d'acquisition **Temporelle**, choisir le mode **Normale** et $T_e = 10ms$ (Points :1000 ; Total : 10s).
- Enregistrer l'image de l'écartement angulaire des deux pendules en état d'oscillations séparées à l'aide de SYSAM-SP5 et LATIS-PRO en actionnant le bouton F_{10} du clavier, enregistre les fichiers .
- En déduire leurs fréquences propres d'oscillation.
- Vérifier que les deux pendules ont des fréquences propres d'oscillations très voisines.

5.2.2 Oscillations couplées

1. Modes propres :

- Coupler les deux pendules précédemment étudiés par un fil de torsion.
- Dans la même fenêtre, choisir **Temporelle** comme mode d'acquisition ;
- Dans le mode d'acquisition **Temporelle**, choisir le mode **Normale** et $T_e = 10ms$ (Points :1000 ; Total : 10s).
- Garder les mêmes réglages précédents dans LATIS-PRO.
- Enregistrer l'image de l'écartement angulaire du mouvement d'oscillations couplées des deux pendules en modes propres :
 - Mode symétrique $\theta_1 = \theta_2$ (enregistre le fichier) .
 - Mode anti-symétrique $\theta_1 = -\theta_2$ (enregistre le fichier).
- Enregistrer l'image de l'écartement angulaire du mouvement d'oscillations couplées des deux pendules en mode quelconque (enregistre le fichier).
- En déduire les fréquences propres d'oscillation des deux pendules et comparer les valeurs trouvées aux premières déterminations.

2. Mouvement quelconque : Mode d'oscillation quelconque

- Dans la même fenêtre, choisir **Temporelle** comme mode d'acquisition ;
- Dans le mode d'acquisition **Temporelle**, choisir le mode **Normale** et $T_e = 30ms$ (Points :1000 ; Total : 30s).
- ajouter des masses de 1Kg pour chaque pendule.

À partir de conditions initiales quelconques (par exemple, $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 \neq 0$ et $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$), la réponse en régime libre montre des oscillations dont l'amplitude est modulée périodiquement : on observe des battements, caractéristiques de la superposition de deux fréquences proches. Ces battements, ainsi que les oscillations rapides, sont en quadrature pour un pendule par rapport à l'autre. On constate en particulier qu'un des pendules est à l'arrêt quand le mouvement de l'autre est d'amplitude maximale. Le couplage permet donc le transfert alternatif d'énergie d'un pendule à l'autre, alors que dans un mode propre l'énergie de chaque pendule est stationnaire.