

TP N.02

Mesure des auto-inductances et du coefficient de mutuelle induction

On dispose de deux bobines de nombre de spires respectivement N_1 et N_2 dont on mesure l'auto-inductance puis le coefficient d'inductance mutuelle lorsqu'elles sont en regard l'une de l'autre.

1 Rappel théorique :

1.1 Coefficient d'auto-induction :

considérons un circuit fermé, parcouru par un courant I , et créant un champ magnétique $\vec{B}$; l'intensité de ce champ est proportionnelle à I , et donc le flux de $\vec{B}$ à travers le circuit également. On peut donc poser $\Phi = LI$ où Φ est le **flux propre** du circuit (flux créé par le circuit à travers lui-même).

L est le coefficient d'auto-induction (ou inductance) en Henry. Le sens de $\vec{B}$, et le sens de la normale à la surface du circuit étant les mêmes (imposés par le sens du courant), **L est toujours positif**.

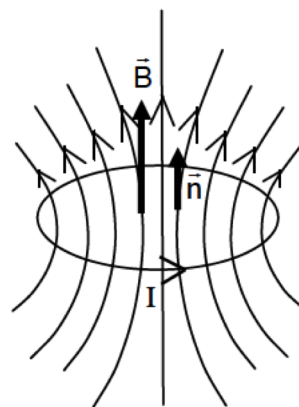


fig 1. Flux propre.

Si le courant varie au cours du temps, il apparaît une force électromotrice d'auto-induction : (loi de Faraday-Lenz)

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -L \frac{\partial i}{\partial t}$$

en régime sinusoïdal, on définit l'impédance complexe $Z_L = jL\omega$.

1.2 Coefficient d'induction mutuelle :

soient deux circuits parcourus par des courants I_1 et I_2 , placés de façon telle qu'une partie seulement des lignes du champ créé par un circuit, traverse l'autre circuit.

appelons Φ_{12} le flux envoyé par le circuit 1 parcouru par I_1 à travers le circuit 2, et Φ_{21} le flux envoyé par le circuit 2 parcouru par I_2 à travers le circuit 1.

On pose : $\Phi_{12} = M_{12}I_1$ et $\Phi_{21} = M_{21}I_2$ et on montre que $M_{12} = M_{21} = M$.

contrairement à L , le coefficient M **peut être négatif**, puisque le signe des flux dépend du sens des courants qui orientent les circuits.

on montre que $M^2 \leq L_1 L_2$ où L_1 et L_2 sont les inductances propres des deux circuits.

le flux total à travers le **circuit 1** s'écrit : $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{21} = L_1 I_1 + M_{21} I_2$.

le flux total à travers le **circuit 2** s'écrit : $\Phi = \Phi_{22} + \Phi_{12} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$

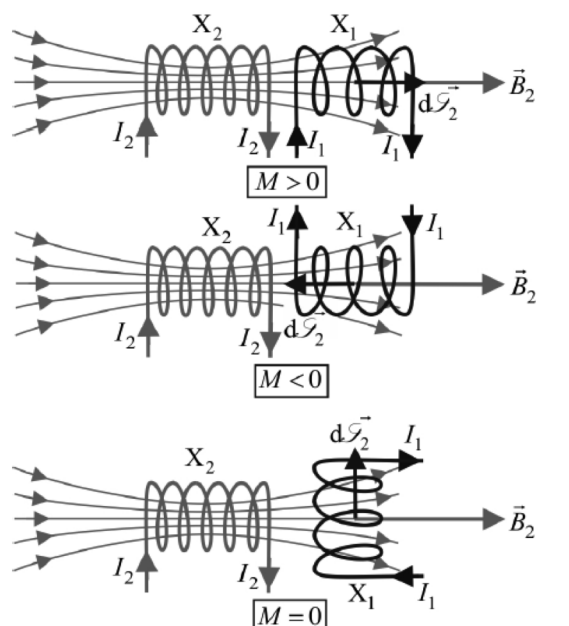


fig 2. Inductance mutuelle.

2 Manipulation :

2.1 Mesure du coefficient de mutuelle induction :(méthode 1)

2.1.1 Mesure de coefficient L :

- À l'aide d'un multimètre réglé en ohmmètre, mesurer les résistances internes r_1 et r_2 des bobines.
- En utilisant le GBF, un ampèremètre et un voltmètre, mesurer l'impédance de chaque bobine.
- En déduire son inductance L_1 et L_2 de chaque bobine avec ou sans noyau de fer.
- justifier la valeur du rapport entre L_1 et L_2 en comparant les nombres de spires dans les deux bobines. par quel facteur numérique les auto-inductances sont-elles augmentées à cause de ce noyau.

2.1.2 Mesure de coefficient M :

a) - Théorie :

Les deux bobines sont proches l'une de l'autre, aux bornes de la bobine 1 de self L_1 , de résistance r_1 et parcouru par un courant i_1 on branche un générateur de f.e.m e_1 .

La bobine 2 est laissée en circuit ouvert ($i_2 = 0$) . On mesure à ses bornes une d.d.p égale, en valeur absolue, à la f.e.m d'induction e_2 qui y apparaît.

1. Écrire les équations électriques des deux bobines.
2. Simplifier dans le cas (idéal) où r_1 est pratiquement nul.
3. En déduire dans ce cas l'expression de m en fonction de L_1 , e_1 et e_2

b) - Expérience :

- Réaliser le montage ci-contre (les bobines X_1 et X_2 sont toujours accolées), où le G.B.F délivre un signal sinusoïdal de fréquence $f = 1\text{KHz}$.
- Vérifier que les deux signaux observés à l'oscilloscope sont donc en phase ou en opposition de phase selon le branchement des bornes de X_2 .
- Déterminer $|M|$ en mesurant les valeurs efficaces U_1 et U_2 au voltmètre électronique .
- Déterminer l'incertitude sur k .

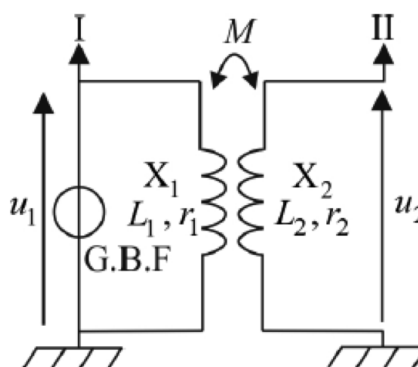


fig 3. .

- Que se passe-t-il pour $|M|$ lorsque l'on éloigne X_2 de X_1 , et lorsque les bobines X_1 et X_2 sont perpendiculaires ?

2.2 (Résonance de circuit RLC)

On dispose de deux bobines (de transformateur démontable LEYBOLD) à peu près identiques, de 1200 spires chacune (utiliser les bornes extrêmes, la borne du milieu n'utilise que 400 spires), utilisées ici sans noyau de fer. On cherche à mesurer leurs auto-inductances et leur coefficient de mutuelle induction lorsqu'elles sont accolées.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous sa forme canonique, en exprimant les paramètres Q , H_0 et ω_0 ?
3. Exprimer la fréquence f_0 de résonance.
4. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

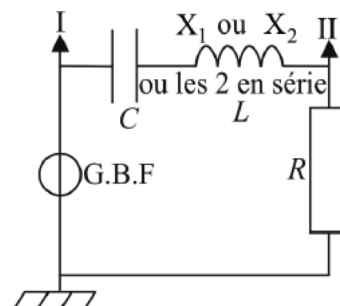


fig 4. Circuit RLC.

Remarque : Une bobine n'est modélisée qu'en basses fréquences par l'association série d'une inductance pure L et d'une résistance r . En hautes fréquences, (>10 kHz), une capacité répartie entre les spires du bobinage apparaît et on rajoute dans la modélisation une capacité en parallèle sur l'association série L , R .

- Réaliser le montage RLC série ci-contre, avec $R = 100\Omega$ et $C = 10$ nF et les deux bobines ont $N = 400$ spires . **Dans un premier temps on prend pour L_1 la seule bobine X_1 .**
- Comment vérifier grossièrement la nature de ce filtre. Expliquer.
- Utiliser ce montage pour déterminer de la façon la plus précise la valeur de L_1 puis de L_2 (indiquer le protocole retenu).
- Déterminer les incertitudes correspondantes.

Dans un deuxième temps, on prend pour L les deux bobines accolées montées en série.

1. En utilisant la loi généralisée d'Ohm, Calculer La tension aux bornes de l'association en fonction r_1, r_2, L_1, L_2 et M .
2. Exprimer l'inductance équivalente L_{eq} des deux bobines en série en fonction de L_1 , L_2 et M ?
3. Exprimer la fréquence de résonance en fonction de L_2 et C ?

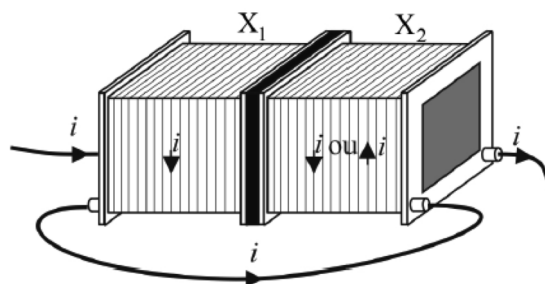


fig 5. Association en série.

Comme il n'est pas facile de distinguer les sens des enroulements des spires dans X_1 et X_2 , on ne sait pas à l'avance si le coefficient de mutuelle inductance va être positif ($M = |M|$) ou négatif ($M = -|M|$).

- Déterminer comme précédemment l'auto-inductance de l'association notée $L_{eq,1}$ pour un branchement quelconque des bornes de X_2 .
- En inversant ce branchement, on en déduit la nouvelle auto-inductance de l'association notée $L_{eq,2}$.
- Exprimer l'inductance mutuelle en fonction de $L_{eq,2}$ et $L_{eq,1}$. déterminer sa valeur en mH.
- Vérifier que l'on a bien $L_{eq,2} + L_{eq,1} = 2(L_1 + L_2)$.
- Donner la valeur du facteur de couplage.