Philosophie de la logique

Michael DUMMETT
1991

préface & trad. par Fabrice PATAUT
Les Éditions de Minuit, 1991
chap. II : *la base philosophique de la logique intuitionniste*

81 COMPRENDRE = CONNAÎTRE LA SIGNIFICATION

Nous pouvons exprimer l'argument [selon lequel la signification d'un énoncé mathématique détermine et est exhaustivement déterminée par son usage] en termes de *connaissance* de la signification, c'est-à-dire de compréhension. Un modèle de la signification est un modèle de la compréhension, c'est-à-dire une représentation de ce qui est connu lorsqu'un individu connaît la signification. [*commentaire nôtre* : vers l'*agir*]

82-83 SIGNIFICATION = USAGE

Lorsque nous apprenons une notation mathématique, ou des expressions mathématiques, ou plus généralement, le langage d'une théorie mathématique, ce que nous apprenons à faire, c'est à utiliser les énoncés de ce langage. Nous apprenons comment on peut les confirmer par calcul et comment effectuer les calculs nécessaires à cet effet. Nous apprenons à partir de quoi ils peuvent être inférés, et ce que l'on peut inférer d'eux. Autrement dit, nous apprenons quel rôle ils jouent dans les preuves mathématiques et comment ils peuvent être appliqués dans des contextes extra-mathématiques, et peut-être apprenons-nous aussi quels arguments plausibles nous permettent de leur conférer une certaine probabilité. C'est tout ce qui est nous est montré lorsque nous apprenons la signification des expressions du langage de la théorie mathématique en question, **parce que c'est tout ce qui nous être montré**. Et de même, notre compétence à faire un usage correct des énoncés et des expressions du langage est tout ce que les autres ont à leur disposition pour juger si, oui ou non, nous avons acquis une saisie de leur signification. **La saisie de la signification des énoncés du langage** et des expressions qu'ils contiennent **ne peut** donc **consister que dans la capacité à en faire un usage correct**. Supposer qu'il y a un ingrédient de la signification qui transcende l'usage qui est fait de ce qui véhicule la signification revient à supposer que quelqu'un pourrait avoir appris tout ce qui est directement enseigné lorsque le langage d'une théorie mathématique lui est enseigné, et pourrait ensuite se comporter exactement comme quelqu'un qui comprendrait ce langage et ne le comprendrait pourtant pas en réalité, ou le comprendrait seulement incorrectement. Mais supposer cela, c'est faire de la signification quelque chose d'indicible, c'est-à-dire quelque chose d'incommunicable en principe. Si cela est possible, alors aucun individu ne peut avoir de garantie qu'il est compris par aucun autre. Pour autant qu'il sache ou puisse jamais savoir, n'importe qui peut prêter à ses mots ou aux symboles qu'il emploie une signification tout à fait différente de celle qu'il leur attribue. Une notion de signification aussi privée et à laquelle seuls les individus ont accès est une notion qui est devenue tout à fait hors de propos pour les mathématiques telles qu'on les pratique en réalité, c'est-à-dire en tant qu'entreprise théorique dans laquelle de nombreux individus s'engagent en corps constitué, en tant que domaine de recherche où chacun peut communique aux autres ses propres recherches.

85-86 SENS DES ÉNONCÉS MATHÉMATIQUES : *IN FINE* FINITISTE

Pour Hilbert, on ne peut légitimement attribuer de contenu individuel défini conformément auquel les énoncés peuvent être jugés corrects ou incorrects individuellement, qu'à un champ très restreint d'énoncés de la théorie élémentaire des nombres. Ces derniers correspondent aux énoncés d'observation de la conception holiste du langage. Tous les autres énoncés des mathématiques sont dénués d'un tel contenu et servent seulement d'auxiliaires, même si c'est d'auxiliaires indispensables d'un point de vue psychologiques, pour reconnaître comme corrects les énoncés finitistes qui sont les seuls à avoir une signification individuelle. Selon cette conception, les autres énoncés mathématiques ne sont pas dénués de signification, mais leur signification réside entièrement dans le rôle qu'ils jouent à l'intérieur des théories mathématiques auxquelles ils appartiennent et qui ont elles-mêmes une signification, précisément parce qu'elles nous permettent d'établir le caractère correct des énoncés finitistes.

86-87 MATHÉMATIQUE HOLISTE VS CONTENTUELLE ?

c'est parce que le partisan du holisme ignore l'exigence de justification, ou la gêne que cause son oubli, que je disais qu'il faut le comparer à Boole plutôt qu'à Hilbert. […]

Le chemin de pensée qui conduit de la thèse selon quelle l'usage détermine exhaustivement la signification à l'acceptation de la logique intuitionniste comme logique correcte pour les mathématiques, passe par le rejet d'une conception holiste des mathématiques et met l'accent sur le fait que chaque énoncé d'une théorie mathématique, quelle qu'elle soit, doit avoir un contenu individuel déterminé.

95-96 Vérité, usage, preuve

aucun comportement affichant une capacité à reconnaître la phrase comme étant vraie, pour tous les cas dans lesquels la condition pour sa vérité peut être reconnue comme étant réalisée, ne réussira à constituer une manifestation complète de la connaissance de sa condition de sa vérité. Tout ce qu'un tel comportement montre, c'est que la condition peut être reconnue dans certains cas, mais pas que nous avons une saisie de ce que c'est, en général, pour cette condition que d'être réalisée, même dans les cas où nous sommes incapables de reconnaître qu'elle l'est. Il est clair qu'en réalité, la connaissance qui est attribuée à celui qui est réputé comprendre la phrase est une connaissance qui transcende la capacité à manifester cette connaissance par la manière dont la phrase est utilisée. La théorie platoniste de la signification ne peut être une théorie selon laquelle la signification est complètement déterminée par l'usage.

Si connaître la signification d'un énoncé mathématique c'est saisir son usage, si nous apprenons la signification en apprenant l'usage, et si notre connaissance de sa signification est une connaissance que nous devons être capables de manifester par l'usage que nous en faisons, alors **la notion de *vérité***, considérée comme un trait caractéristique que chaque énoncé mathématique possède ou ne possède pas de manière déterminée, indépendamment des moyens que nous avons de reconnaître sa valeur de vérité, **ne peut être la notion centrale la théorie de la signification des énoncés mathématiques**. Nous devrons plutôt porter notre attention sur les traits caractéristiques de l'usage que nous apprenons à faire des énoncés mathématiques. Ce que nous apprenons à faire, en réalité, lorsque nous apprenons une partie du langage des mathématiques, c'est à reconnaître, pour chaque énoncé, ce qui compte comme une confirmation de sa vérité ou de sa fausseté. Dans le cas des énoncés très simples, nous apprenons une procédure de calcul qui décide leur vérité ou leur fausseté. Pour les énoncés plus complexes, nous apprenons à reconnaître ce qui doit être considéré comme leur preuve ou leur réfutation. C'est de cette pratique que nous acquérons une maîtrise et c'est dans la maîtrise de cette pratique que doit consister notre saisie de la signification des énoncés. **Nous devons** par conséquent **remplacer la notion de vérité**, comme notion centrale de la théorie de la signification de énoncés mathématiques, **par la notion de *preuve***.

129 « Il n'y pas tous les entiers » (Witt.)

Celui qui pense que le seul sens acceptable auquel un énoncé mathématique, même effectivement décidable, peut être déclaré vrai, est le sens selon lequel nous en possédons une preuve effective ou une démonstration, ne peut recourir à une interprétation classique de la quantification non restreinte sur les entiers naturels.