

La géométrie et le problème de l'espace

Ferdinand GONSETH
1945-1955

éd° du griffon, Neuchatel, coll° *bibliothèque scientifique*

1-17 Introduction

1-5 CONNAISSANCE PREMIÈRE (S1)

Pour savoir, il n'est pas nécessaire de savoir comment on sait. L'homme dispose de moyens naturels de connaître qu'il peut mettre en œuvre sans avoir à se contempler lui-même. Sans devoir y réfléchir particulièrement, il est capable d'une connaissance active et étendue. Sans avoir à se demander comment la chose est possible et pourquoi elle est possible, il épouse par l'esprit la forme et la nature des objets qui l'entourent. Les épouse-t-il complètement et parfaitement ? Au niveau de la connaissance dont nous parlons, cette question paraît factice, oiseuse. Cette connaissance répond à ses fins naturelles : elle est efficace.

[...] Pour distinguer une largeur, une profondeur, une hauteur, nous n'avons pas besoin de réflexions complémentaires sur notre faculté d'imaginer un corps, — ou un vide, — à trois dimensions. L'homme normal n'a qu'à ouvrir les yeux pour en recueillir la vision, une vision qui lui semble à la fois pleine et immédiate. Dans cet espace qu'il perçoit sans penser à la façon dont il le perçoit, il se déplace sans se demander par quel miracle il sait s'y déplacer.

C'est un des caractères de la connaissance, dite *intuitive*, de ne pas exiger de relais, où se cristalliserait quelque connaissance secondaire des moyens, des conditions ou des qualités de la connaissance. C'est même un des caractères de la connaissance *par évidence* de ne souffrir aucune réflexion qui veuille l'atteindre ou l'éclairer.

A ce niveau, il n'y a pas de problème de l'espace. Il n'y a pas de problème de la connaissance, de même qu'il n'y a pas, pour un homme normal, de problème de la marche ou de problème de la station debout. Connaître est une activité naturelle. Même si la connaissance comporte des degrés comme peut en comporter l'habileté à exécuter tel ou tel mouvement, à manier tel ou tel outil, le fait de connaître peut rester inconscient. Il ne s'impose pas à l'attention. Il ne sollicite pas plus la réflexion, — et même moins, — que le fait de respirer.

[...]

Sans doute, une technique ne naît pas sans avoir été gagnée, même une technique très simple. La réflexion n'est pas absente de l'emploi de l'équerre et du fil à plomb. Si l'imagination ne précédait l'action, l'homme resterait enfermé dans le cycle de ses gestes naturels, comme certains insectes semblent l'être. Et si la réflexion n'accompagnait et ne suivait l'action, aucun acte ne comporterait d'expérience et d'enseignement. Nous serions incapables de retenir aucune conduite efficace, aucun technique nouvelle.

Mais l'activité de l'esprit qui accompagne l'exercice de nos fonctions naturelles est également une fonction naturelle. Elle ne réclame pas d'être surveillée consciemment. Rien ne nous oblige à nous étonner de nous-mêmes et de nos succès.

En touchant du regard deux points d'une ligne de visée, en déroulant la chaîne de l'arpenteur, nous ne sommes pas saisis par le sentiment de nous être heurtés à quelque énigme. Notre attitude ne nous apparaît nullement problématique. Nous restons dans la ligne de conduite que le bon sens juge et détermine.

[...]

En se rendant maître du jeu déductif qui lui permet d'édifier la géométrie, l'homme n'a-t-il pas ouvert une voie essentiellement neuve au savoir ? En progressant sur cette voie, n'est-il pas visible que nous franchissons les limites de notre information naturelle, que nous ne bénéficions plus seulement de moyens innés ou créés par le développement héréditaire et prédéterminé de notre être biologique, mais que nous contribuons consciemment à augmenter en même temps notre savoir et notre faculté de connaître ? Lorsque nous acceptons d'ordonner la multitude de nos représentations spatiales suivant une ligne déductive, nous n'obéissons plus à un instinct incontrôlable ; nous nous soumettons au contraire à une discipline dont nous sommes nous-mêmes les créateurs. En découvrant qu'elle est capable de s'organiser rationnellement, la connaissance a trouvé prise sur elle-même ; et cette découverte vient, en retour, toucher et modifier les formes du savoir primitif.

Ce retour de l'esprit sur lui-même, cette emprise de la connaissance sur elle-même, ne marquent-ils pas l'instant où surgit le problème de la connaissance ? L'instant à partir duquel la connaissance, pour être aussi pleine qu'elle pourrait l'être, exige qu'on sache quelque chose d'elle ?

[...]

La distinction entre l'idéal et le réel peut s'installer en nous comme un simple élément de connaissance. Sans que nous y prenions garde, elle peut se joindre, comme une ombre fidèle, à tous les objets de la connaissance spatiale. Pourquoi ferait-elle naître une question ou un remords ? L'ombre qui suit tous nos pas ne nous gêne guère, à moins que nous ne nous avisions de sauter plus loin qu'elle. De même, tant que l'idée pourra

se tenir aux côtés de la connaissance primaire de l'objet, sans que celle-ci cesse d'être sûre d'elle-même, le problème de la connaissance, et tout spécialement le problème de l'espace, pourront rester latents.

6-9 LA CRISE DE LA CONNAISSANCE (S2)

Les faits que nous venons de rappeler en un très bref raccourci sont bien connus. Ce ne sont pas des faits historiques quelconques ; ils représentent une expérience décisive de la connaissance spatiale. Leur enseignement porte loin.

Ils démontrent que le cheminement de l'esprit, même dans les disciplines les mieux assurées, même lorsque l'évidence semble l'éclairer d'une lumière définitive, ne se fait pas nécessairement sur une voie directe et bien tracée. La connaissance a ses remous. Dans sa progression, l'esprit ne cesse d'expérimenter et ne cesse d'être exposé à tous les risques de la recherche. Même en géométrie, le plus grand de ces risques ne lui est pas épargné : celui de *découvrir sa propre relativité*.

Il peut arriver, — la crise du non-euclidien en fournit l'exemple, — que le mouvement qui porte la connaissance en avant découvre et expose les bases sur lesquelles elle s'appuyait. L'idée qu'elle a d'elle-même ne recouvre plus fidèlement ce dont elle est capable. Le problème qui surgit ainsi ne peut pas être traité en continuant à géométriser suivant les normes observées jusque-là. Ce n'est plus un problème de géométrie ; c'est un *problème de critique*. L'instance qui le formule a pour fonction l'examen, la comparaison critiques de nos activités, c'est la gardienne de notre cohérence intime.

Il s'agit d'un problème philosophique puisqu'il ne peut pas être résolu par l'engagement dans une discipline déterminée, et parce qu'il exige, comme première démarche, une reprise de l'esprit vers son autonomie.

La crise à laquelle nous venons de faire allusion est, nous semble-t-il, d'un type très caractérisé : celui où le problème de critique surgit à l'intérieur d'une discipline bien organisée par sa pratique même. L'évolution interne de la connaissance y conduit. Sans que les autres branches du savoir y contribuent notablement, cette discipline atteint un horizon où la réalité se structure autrement que dans l'horizon où elle s'est antérieurement constituée. Ne faut-il pas y avoir le type du problème philosophique inévitable ?

Il existe d'autres situations dans lesquelles une technique mentale peut tomber sous le coup de la critique et donner naissance au problème philosophique qui la prend comme objet. Le problème peut surgir de la confrontation de deux disciplines qui aboutissent à des vues incompatibles.

[...]

Pour la physique atomique, la forme tridimensionnelle de l'espace n'est plus qu'un moyen subsidiaire de représentation : on en fait usage pour rendre compte d'une réalité qui ne saurait plus y être localisée exactement et complètement. Ici, l'espace de l'expérience perd ses caractères intuitifs les plus évidents ; le divorce avec l'espace sensible et euclidien ne saurait être plus net. Les diverses formes de notre connaissance semblent vouloir entrer en conflit les unes avec les autres, conflit qui les ébranle toutes puisqu'il porte sur ce qui fait leur base commune, leur cadre nécessaire : l'étendue.

Certes, le géomètre peut refuser de comparer son expérience avec du physicien. Il peut s'enfermer dans des systèmes axiomatiques, en posant comme donnés *a priori* les axiomes et la logique de la déduction. Il évitera ainsi, de justesse, le problème de l'espace que la confrontation des vues et des aboutissements ne peut manquer de faire surgir. Il l'évitera, mais il n'aura rien fait pour l'éclairer. Et il abandonnera une part essentielle de l'intention géométrique qui n'était certes pas de se mettre en marge de *l'espace réel*.

Pour la géométrie, la rencontre avec l'atomisme représente donc le type de l'expérience extérieure qui pose l'espace en problème dans un cadre où la géométrie n'est plus la seule discipline en cause.

Mais pourquoi, dans ce cadre élargi, ce problème mérite-t-il tant d'être pris en considération ? C'est que le mouvement qui porte la connaissance en avant menace maintenant l'unité et la cohérence de la pensée scientifique.

C'est une question que la pensée scientifique se pose à elle-même. Mais ce n'est pas un problème scientifique au sens ordinaire puisqu'il ne fait l'objet d'aucune discipline déterminée. Encore une fois, c'est un problème de critique. L'instance devant laquelle il se pose est la critique de la connaissance objective. C'est la conscience collective gardienne de l'unité et de la cohérence de la science.

19-67 Chapitre I La doctrine préalable des vérités élémentaires (1945)

22-23 DU RÉEL À L'IDÉAL (§4, §5)

« Il nous faudra, dira le maître, étendre aux notions idéales certaines propriétés bien évidentes des réalisations que nous savons construire. »

[...]

le maître exige de ses élèves un effort mental très particulier : il leur demande de faire la distinction entre la droite idéale et sa réalisation rectiligne par exemple. « La première, dira-t-il, est une idée formée par notre intelligence. La seconde est un objet ou plus généralement une réalité du monde physique. Pour pouvoir comprendre ce que veut la géométrie, il faut être à la fois capable de dissocier et de réunir l'idéal et le physique. Il faut savoir les dissocier en considérant la droite géométrique comme un être abstrait conçu à partir de certains objets concrets ; il faut savoir les réunir en considérant ces objets comme des réalisations de l'idée abstraite. »

Ce qui vient d'être dit de la droite pourrait l'être aussi de toutes les autres notions fondamentales de la géométrie, de l'angle, du cercle, etc.

39-41 COMMENTAIRES (§10, §11)

Comme on ne peut parler sans faire de la prose ou des vers, il semble bien qu'on ne puisse faire de géométrie sans d'être fait telle ou telle conception de la nature des êtres géométriques et de la façon dont ils participent à la fois au monde physique et à celui de notre pensée.

2) Mais si, sur ce point, les réponses sont unanimes, si toutes, sans exceptions, confirment l'opinion que l'on ne saurait aborder l'étude de la géométrie sans le concours de quelque doctrine préliminaire, cette unanimité fait place à la plus chaotique des dispersions pour ce qui concerne le contenu de cette doctrine préalable.

Les deux questions posées [Qu'est-ce qu'une droite ? Qu'est-ce qu'un axiome ?], — on le voit bien maintenant, — mènent plus loin qu'il ne semblait d'abord. Elles sont cependant relativement simples et précises. Lorsqu'on fait porter l'enquête sur des questions plus aventureuses, telles que la suivante par exemple : « Quelle est la méthode de la géométrie ? », les réponses atteignent un degré d'incompatibilité assez pénible.

3) De façon encore plus nette que pour la première série de réponses, chacun des points de vue que la seconde série nous révèle semble être le reflet de l'une ou l'autre des théories de la connaissance qui se sont succédé au cours des siècles. S'agit-il là d'une « génération spontanée » ou faut-il y voir l'effet des divers enseignements de la géométrie dont les auteurs des réponses ont bénéficié ? La seconde éventualité paraît assez probable. Il est assez piquant de penser que par la voix de nos interlocuteurs de bonne volonté ce sont peut-être des maîtres éprouvés qui ont indirectement participé à notre enquête.

[...]

Pour l'instant, le résultat de notre enquête met la voix du maître au même rang que toutes les voix qui se sont fait entendre, et qui d'ailleurs ne sont peut-être que les échos plus ou moins fidèles des enseignements d'autres maîtres. Ce n'est qu'une voix individuelle au sein d'un concert discordant. Nous venons de faire l'expérience que la vérité qu'elle apporte n'est peut-être pas reconnaissable objectivement au point où nous en sommes.

En résumé, l'expérience à laquelle nous avons procédé nous met en présence de constatations qui nous prennent « entre deux feux ». La première, c'est que l'on ne peut aborder l'exposé de la géométrie, et surtout de la géométrie élémentaire, sans une doctrine préalable. La seconde, c'est qu'au moment précis où cette doctrine doit entrer en jeu, nous manquons des moyens pour reconnaître si elle est juste ou fautive. Comment sortir de cette pénible situation ?

55 PAS DE MÉTAPHYSIQUE PREMIÈRE ! (§16)

en cédant à l'intention métaphysique, nous nous écartons des conditions du savoir réel. Rien ne nous autorise à penser qu'une discipline objective puisse jamais être fondée sur une doctrine préalable et première, au sens métaphysique de ces mots.

Cette constatation est peut-être difficile à accepter. Elle contredit une tendance presque invincible de notre esprit. Mais est-il possible de répudier le témoignage des faits qui nous l'imposent ?

57 / 63-64 IDONÉISME (§18, §19, §21, §22)

Une doctrine préalable ne se justifie pas d'elle-même au préalable. Elle se révèle idoine par ses incidences et par ses conséquences.

[...]

[le mot « idoine »] signifie *qui convient, qui est conforme aux fins et aux intentions, approprié à sa fonction*, etc.

[...]

« Si tu ne connais le vrai,

L'idoine il te faut chercher. ».

[...]

Par mesure idoine,
J'édicte le décret qui suit :
Si tu ne connais le vrai,
L'idoine il te faut chercher.

[...]

La philosophie de l'idoine n'est-elle pas la philosophie du simple bon sens ?

69-156 Chapitre II Les trois aspects de la géométrie (1946)

AVANT PROPOS

On ne fonde pas une discipline avant d'avoir fait sienne une doctrine préalable des vérités élémentaires, sans avoir adopté, explicitement ou non, telle ou telle philosophie de la connaissance.

69 RAPPEL DU CHAPITRE I

[Le principe d'idonéité] introduit une solution ouverte : la doctrine préalable doit rester révisable, puisqu'on ne connaît pas d'avance les caractères qui la rendraient pleinement efficace ; sa justesse se reconnaît à l'emploi. *Elle est légitime dans la mesure où elle se révèle idoine.*

108-109 VÉRITÉS GÉOMÉTRIQUES PREMIÈRES (§39)

Nous avons déjà indiqué les observations fondamentales auxquelles sont donnés lieu les rapports des marbres entre eux :

1° Deux marbres quelconques sont intégralement superposables.

Bien entendu, cette observation n'a pas été faite pour tous les marbres possibles. Elle a seulement été faite un assez grand nombre de fois, et jamais elle ne s'est trouvée en défaut. Lorsque nous affirmons que deux marbres quelconques sont superposables, nous formulons ici une loi générale que l'expérience rend très probable. En le faisant, nous restons strictement dans le cadre de la méthode expérimentale : c'est de la même façon que se prouvent ou que se vérifient les lois expérimentales de la physique, de la chimie, etc.

2° Deux marbres superposés peuvent glisser l'un sur l'autre dans tous les sens.

Les règles se prêtent à des observations analogues :

3° Deux règles quelconques sont intégralement superposables.

4° Deux règles restant superposées, l'une peut glisser le long de l'autre.

5° Deux règles ne peuvent se toucher en deux endroits différents sans se superposer.

Les marbres et les règles se prêtent ensemble à l'observation des lois suivantes :

6° Toute règle qui repose par deux points sur un marbre repose intégralement sur ce marbre.

7° Sans cesser de reposer intégralement sur un marbre, une règle peut être déplacée dans tous les sens.

Etc., etc.

Toute une série d'expériences semblables peuvent être effectuées ; elles sont très simples, très élémentaires ; ce n'en sont pas moins de vraies expériences.

118 GÉOMÉTRIE EXPÉRIMENTALE (§43)

Si l'on y attachait quelque importance, la géométrie pourrait être présentée comme un chapitre élémentaire de physique expérimentale. Le lien rationnel entre les différents théorèmes pourrait être passé sous silence, chaque théorème étant considéré comme une propriété, une loi naturelle à vérifier par l'expérience. Ainsi, l'aspect expérimental de la géométrie se trouverait mis en pleine lumière.

123-124 DIALOGUE THÉORIE-EXPÉRIENCE (§46)

Nous voyons [...] se manifester deux attitudes contraires, deux intentions antagonistes et complémentaires. L'intention expérimentale tend à pousser le partenaire nature au premier plan, à exiger de lui toutes les indications, toutes les décisions. A l'extrême, cette intention s'incarnerait dans l'expérimentateur exclusif, pour qui jamais la liaison de deux faits par le raisonnement n'aurait de force contraignante. Pour cet observateur, la science n'existerait pas ; la connaissance se réduirait à une poussière amorphe de faits constatés ou vérifiés. L'intention théorique tend, au contraire, à réduire le rôle de ce partenaire, porteur d'une vérité venue d'ailleurs. Elle cherche à lui substituer, dans toute la mesure du possible, l'exercice autonome de nos facultés mentales.

Cette explication du théorique rejoint le sens actuel du terme. L'étymologie nous aurait conduit sur une tout autre piste. Aux premiers pas de la connaissance scientifique, le savoir théorique était celui qui s'acquiert par l'attention contemplative, peut-être même par une contemplation méditative tournée vers les sources de notre connaissance intime. L'attitude théorique ainsi conçue s'oppose à l'attitude pratique qui engage l'homme vers les activités extérieures. En suivant cette voie, c'est donc plutôt à la connaissance intuitive que nous aurions abouti.

130 RAISONNEMENT PRIMITIF (§48)

A travers le troisième exemple [démonstration de la formule d'Euler-Poincaré], l'activité théorique se présente donc comme une *expérimentation mentale sur des éventualités nettement conçues et telles que l'intuition sache chaque fois décider si elles sont compatibles ou si elles sont contradictoires entre elles.* Ces

éventualités, pour une part, s'imposent ; et, pour une autre part, l'esprit les imagine librement. Elles sont par ailleurs soumises aux règles du raisonnement, c'est-à-dire aux lois qui régissent leurs combinaisons.

131 DÉDUCTION PRIMITIVE (§48)

une déduction valable n'exige pas que le théorique se soit constitué en catégorie autonome et [...] la déduction n'a pas besoin d'être axiomatisée pour être authentique. Au contraire, l'intention théorique peut fort bien prendre comme point d'appui, soit au départ, soit à tout autre instant, une connaissance intuitive préalable, — une connaissance qui ne s'explique que dans la mesure nécessaire.

132 ANALYSER POUR MIEUX SYNTHÉTISER (§49)

En étudiant les trois aspects que la connaissance géométrique revêt, notre but est-il d'en disjointre le faisceau ? Certainement non. Nous n'analysons pas la pensée géométrique pour le simple plaisir de l'analyser, mais pour mieux l'engager vers ses fins ; nous en voulons l'authenticité et l'efficacité. Nous ne délinquons le faisceau que pour gagner la liberté de le reformer de façon plus consciente, plus étroite et plus idoine.

[commentaire nôtre : même chose pour le travail d'une pièce de musique]

134 INTUITION & EXPÉRIENCE (§49)

Il est clair, par exemple, que notre intuition spatiale ne contient pas, d'avance et par elle-même, l'idée d'user trois plaques métalliques en frottant chacune d'elles alternativement sur les deux autres. D'autre part, sans qu'il soit nécessaire de le vérifier expérimentalement, nous savons que la surface d'une sphère sépare les points qu'elle enferme de ceux qu'elle laisse à l'extérieur. Les deux aspects [intuitif et expérimental de la géométrie] ne se confondent certainement pas. Et pourtant, rien ne nous autorise à penser qu'ils puissent être entièrement séparés, que l'un puisse être imaginé sans que nous ayons à chercher aucun appui dans l'autre. L'aspect intuitif est un fait, l'aspect expérimental en est un autre. Mais l'aspect purement expérimental n'est probablement qu'un idéal irréalisable, et l'aspect intuitif aussi.

En un certain sens, l'intuitif et l'expérimental s'opposent : l'expérimentation tend toujours à dépasser l'intuition, à la contrôler, à la prendre en faute. Et pourtant, elle serait aveugle et paralysée, si elle ne disposait de la vision préalable de l'espace et de la conception préalable du temps. Et quant à l'intuition, sa sécurité ne lui vient-elle pas de s'être formée sous la pression de l'expérience ?

145-146 / 152 / 153-154 LE JEU DIALECTIQUE DES TROIS ASPECTS (§52, §53, §54)

comment les trois modes de la connaissance géométrique concourent-ils à la constitution de la géométrie élémentaire ? Comment la rencontre des trois aspects se fait-elle à cet échelon de la science de l'espace ?

[...]

La réponse à notre question est [...] nette :

1° les trois aspects de la géométrie ont même valeur de vérité ;

2° non seulement ils ne se contredisent pas, mais ils s'allient étroitement, se recouvrent, se superposent ;

3° ils sont également nécessaires tous les trois.

Telle est, après celle de CLAIRAUT, la réponse de LOUIS BERTRAND.

[...]

la façon dont un enseignement géométrique est construit, peut comporter les dosages les plus divers des recours aux trois sources de notre information. A travers ces dosages, l'absence de contradiction n'en reste pas moins la base des relations réciproques. En un mot :

l'équivalence de vérité des trois aspects est l'idée dominante de la doctrine préalable de la géométrie élémentaire.

[...]

C'est de l'organisation des trois aspects entre eux qu'il doit être question, de l'organisation de leur coopération réciproque.

[...]

On peut naturellement défendre d'autres doctrines fondamentales, comme on défend telles ou telles doctrines philosophiques, sans trop se soucier de les éprouver dans la pratique de la connaissance. Mais si l'on veut être sincère, si l'on veut avoir la doctrine de sa pratique, **il ne peut y avoir hésitation ni contestation sur l'idée dominante : pédagogiquement, tout le monde s'y conforme. Tous l'acceptent en fait, quelques-uns même sans y prendre garde. Mais tous sont-ils au clair sur ce qu'ils dont ? Il est permis d'en douter.**

Certes, même si l'on s'accorde sur l'idée dominante, il est encore possible de différer d'opinion sur le dosage des trois aspects. Les uns exigeront qu'on s'écarte le moins possible de l'intuition, les autres estimeront qu'il faut avant tout rechercher la rigueur, les uns mettront l'accent sur l'activité manuelle, les autres sur l'exercice du raisonnement... Peut-être personne n'a-t-il tort, car le dosage qui convient à tel enseignement ne convient pas

à tel autre. Tout le monde pourrait avoir raison par choix délibéré, en pleine connaissance de cause. Ou du moins, en se trompant, les auteurs ne commettraient-ils que des erreurs d'appréciation. Et la critique s'exercerait au nom d'exigences concrètes, en se pliant elle-même à l'exigence supérieure de l'idée dominante.

En réalité, la doctrine préalable réelle est souvent méconnue, et la critique s'exerce au nom de doctrines préalables illégitimes, c'est-à-dire préconçues. Sans conception de l'idée dominante, il arrivera toujours que les uns déferont, pour le refaire (en croyant mieux faire), ce que les autres auront fait avant eux.

[...]

Nous disions que tout enseignement géométrique réel cherche à fixer, conformément à l'idée dominante, le jeu concerté des trois aspects. *Ce jeu même, dans lequel s'exprime la connaissance intégrale de l'espace, c'est précisément la solution du problème de l'espace*, au niveau d'une connaissance conforme à notre vision naturelle du monde. Donnons au jeu des trois aspects le nom qu'il mérite, le nom que les remarques précédentes justifient :

C'est un jeu dialectique, une synthèse dialectique de l'intuitif, de l'expérimental et du théorique.

que gagnerions-nous à observer toutes ces précautions [de la démarche axiomatique] ? [...] de **ne plus tomber dans tous les pièges de l'évidence**.

[...]

Voici donc les exigences auxquelles une [discipline déductive] doit satisfaire :

1° elle comportera une **énumération complète des notions employées sans définition préalable** : ce seront les notions primaires, primitives ou fondamentales de la théorie ;

2° elle fournira également la **liste complète des énoncés acceptés sans démonstration préalable** : ce seront les énoncés primaires, les axiomes de la théorie ; toutes les autres notions sont à définir explicitement, tous les autres énoncés à démontrer valablement ;

3° elle comportera enfin une connaissance suffisamment claire et complète des **moyens grâce auxquels une définition peut se formuler en toute légitimité, et une démonstration s'établir en toute validité**.

[...]

Le fait de laisser la base du système déductif sans justification explicite appelle inévitablement une série de questions complémentaires telles que les suivantes :

Est-il explicable que nous disposions, d'avance, des notions dont le jeu déductif prendra possession ? Où l'efficacité de ces notions trouve-t-elle son fondement ? Et de quel droit posons-nous les axiomes comme valables ? Comment les avons-nous distingués et pour quelles raisons faut-il les accepter ?

Ce sont des questions auxquelles le système déductif ne fournit pas de réponse, pas même un commencement de réponse. [...] Elles appartiennent à une autre discipline [...] — à la théorie de la connaissance.

[...]

Les moyens qu[e la méthode axiomatique] préconise sont extrêmement simples : une certaine économie dans le choix des moyens, une certaine rigueur dans leur mise en œuvre.

Ce sont là des exigences assez banales, et il est souvent fastidieux de les observer strictement. Leur importance ne s'impose pas du premier coup. **On peut s'étonner qu'il suffise de si peu pour fonder une technique** — une technique mentale — **de la spécification du rationnel. Il faut, pensons-nous, en faire l'expérience pour bien s'en convaincre**.

[...]

L'axiomatisation ne fait que reprendre l'ensemble de nos notions et de nos représentations intuitives pour le réduire déductivement à une partie seulement d'entre elles, — aux notions primitives adoptées dans la base axiomatique et à toutes celles que la dialectique met en œuvre. **L'édification axiomatique n'a pas le seul objet de parvenir par une voie unique à des énoncés épurés ; elle a aussi pour mission d'organiser**, dans la mesure du possible, **l'ensemble de nos vues intuitives**.

1° *L'esprit ne se défait pas des significations qu'il attribue intuitivement aux notions primaires.* [...]

2° *L'esprit ne fait pas abstraction des buts auxquels cette information primaire répondait : le jeu déductif les reprend à son compte, pour mieux les atteindre.* [...]

3° [...] *l'invention déductive n'est pas libre.* [...] Nous sommes au contraire tenus de respecter strictement ce que l'on nomme d'une expression très mal choisie, les lois et les nécessités de la pure logique. Peut-être serait-il plus indiqué de les appeler **les lois et les nécessités élémentaires de la pensée : ce sont elles qui, judicieusement employées, soudent les propositions du système déductif les unes aux autres**.

[...]

En résumé, **voici les caractères principaux d'une argumentation qui doit permettre d'engendrer un système déductif à partir de sa base axiomatique** :

1° *elle est informée par la signification des choses dont on parle,*

2° *elle est guidée par les fins qu'on se propose,*

3° *elle est astreinte à respecter certaines associations de pensée élémentaires.*

Nous appellerons une argumentation de ce genre une dialectique.

Et maintenant, on peut expliquer en deux mots à quelles conditions il est possible d'établir un système déductif :

1° *il faut premièrement avoir choisi une base axiomatique,*

2° *il faut ensuite disposer d'une dialectique appropriée.*

[...]

Ce doit être le souci constant de l'axiomatisation de **ne pas faire de confusion entre ce qui ressortit à la dialectique et ce qui est matière axiomatique** (ici matière géométrique) sur laquelle elle s'exerce.

Sur ce point précis, **la méthode ne doit souffrir aucun compromis, elle ne doit montrer aucune défaillance ; elle n'est ce qu'elle est qu'en vertu de son intransigeance de principe**.

Cependant, s'il fallait conserver dans la pratique cette attitude intransigeante jusque dans les moindres détails, l'axiomatisation deviendrait une entreprise rebutante et fastidieuse. Aussi se permet-on quelques « licences axiomatiques », étant certain que le lecteur ou l'auditeur y suppléera.

168 MISE EN GARDE (S59, S64)

Qu'on ne nous prête pas l'intention de donner une image fidèle et complète de toutes les recherches axiomatiques auxquelles la géométrie plane a déjà donné lieu. Notre dessein est tout différent. Ce que nous entendons expliquer ici, décrire et commencer, c'est la méthode axiomatique elle-même, ce sont les péripéties essentielles, les moments importants de l'édification axiomatique. Nous ne pourrions le faire sans traiter avec soin un exemple d'une certaine ampleur ; la géométrie plane est l'exemple tout désigné.

183-184 LA MAISON AUX MILLE FENÊTRES (S67)

L'homme qui ne néglige, pour acquérir la connaissance de l'espace, aucun de ses moyens naturels d'informations peut-être comparé à l'occupant d'une maison à mille fenêtres, ouvertes sur la réalité environnante. Toutes lui sont utiles et il n'y en a aucune dont il songe à se passer.

Un jour, cependant, d'importantes raisons que notre fable axiomatique n'a pas besoin d'exposer en détails, l'engagent à mettre au point un procédé réduisant dans la mesure du possible le nombre des fenêtres utilisées. Ce procédé comporte deux moments principaux : tout d'abord, l'observation directe par les fenêtres dont l'emploi reste permis, fenêtres qu'il appelle ses fenêtres axiomatiques, tandis que toutes les autres portent le nom de fenêtres interdites. Ensuite, une technique spéciale (qu'il appelle sa dialectique) et qui lui permet de reconstituer après, à partir des renseignements fournis par les fenêtres axiomatiques, tout ce qu'il apercevait aussi par l'ensemble des fenêtres interdites.

Notons qu'il ne mure pas les fenêtres interdites. Elles ne sont d'ailleurs véritablement interdites que dans la mise en action de son procédé qu'il nomme une reconstruction rationnelle du monde extérieur. Bien plus, il admet même de s'en servir encore plus ou moins fréquemment, mais uniquement pour orienter et pour contrôler le travail dialectique ; il reste entendu que le procédé de rationalisation ne doit pas pas être compromis par la remise en usage des fenêtres interdites.

L'exécution d'un tel projet, ajoute notre histoire, ne saurait aller sans de nombreux essais. En s'y livrant, l'occupant de la maison aux mille fenêtres ne manqua pas de faire un certain nombre de découvertes. Il n'était pas sûr d'avance de trouver une solution du problème qu'il se posait : or il en découvrit plusieurs. Il remarqua que certains groupes de fenêtres pouvaient être considérés comme équivalents pour l'emploi qu'il en voulait faire, car l'observation (secondée par la dialectique) à partir de l'un de ces groupes lui fournissait tout ce qui pouvait provenir de tel autre : il ne dépendait que de lui de décider lequel de ces groupes serait conservé pour en faire une base axiomatique d'observation.

Il arrivait que certains groupes ne lui rendaient qu'une partie de la réalité environnante. Pour étendre sa zone d'action, il pouvait procéder à diverses adjonctions successives. Il pouvait arriver que l'adjonction d'une nouvelle fenêtre en rendit une autre inutile, pourtant nécessaire jusque-là, etc.

Ne nous attardons pas et passons à la moralité : tout pouvait n'être qu'un jeu sans conséquence ; mais celui qui l'inventa s'en trouva récompensé. Non seulement la réalité qu'il connaissait déjà lui fut rendue intégralement : elle lui revint comme une connaissance approfondie.

201 EXEMPLE DE BASES AXIOMATIQUES ÉQUIVALENTES (S73)

Le cycle est ainsi fermé : les rôles attribués tout d'abord aux systèmes II' [d'axiomes formulés en termes de la relation binaire « avoir même sens » pour les segments] et II* [d'axiomes formulés en termes de la relation ternaire « être entre » pour les points] peuvent être intervertis. Nous avons ainsi montré, par le fait et par l'exemple, que les notions primitives et les axiomes qui sont à la base d'un système déductif sont pour une part soumis à notre libre choix.

262 CONCLUSION (S101)

En axiomatisant la géométrie, nous n'avons fait qu'une expérience de spécification ; par le fait, sur le vif, nous avons exposé comment l'un des aspects de la pensée géométrique peut être conçu de façon plus nette, plus incisive, mais il nous a fallu pour en arriver là, une technique idoine de spécification, dans le cas particulier de la méthode axiomatique.

265-341 Chapitre IV La synthèse dialectique de la géométrie euclidienne (1949)

267-268 AUTONOMIE DU RATIONNEL GÉOMÉTRIQUE ? (§102)

L'idée d'une construction rationnelle autonome de la géométrie trouve sa réalisation spécifique [...] dans la méthode axiomatique.

Cette constatation règle un point de méthode d'importance capitale mais elle n'apporte pas le dernier mot sur la question de l'espace. La construction du rationnel géométrique telle qu'elle vient d'être présentée n'est pas une réduction du géométrique au rationnel. **Tout recours à l'intuition est, il est vrai, mis à l'interdit dans le déroulement de la déduction, mais l'interdit ne s'étend ni à la base axiomatique ni à la dialectique.** Il est vrai que les résultats de la déduction sont à tenir pour valables indépendamment de toute réalisation matérielle, mais il est également vrai que le sens du mot « géométrie » se perdrait en l'absence de toute confrontation expérimentale.

Ainsi, l'autonomie du rationnel n'est pas totale. Elle va moins profond et moins loin qu'on a tendance à l'imaginer. La technique axiomatique ne dissocie pas entièrement les composantes de la connaissance géométrique. Il y a certains points où celles-ci ne se dénouent pas. **L'axiomatisation limite les domaines d'influence, circonscrit les régions d'interaction et d'interdépendance. Elle n'élimine pas la question des rapports à concevoir entre les diverses composantes de la connaissance spatiale, elle l'écarte pendant l'exercice de la déduction. Mais, si la question se trouve ainsi repoussée jusqu'au seuil de l'axiomatisation, elle n'en reste pas moins posée. Le lieu où elle se pose ne s'en trouve que plus exactement désigné. Nous la retrouvons entière à l'origine et à l'issue du processus axiomatique. A l'origine, au moment où, sans définition ni démonstration, nous recueillons, nous choisissons et nous acceptons les éléments faute desquels l'appareil axiomatique resterait sans contenu. A l'issue, au moment où il se vérifie (où nous vérifions !) qu'en prenant le chemin du rationnel, nous ne tournons pas le dos aux fins naturelles de toute géométrie qui sont [...] « d'étendre et de préciser la connaissance que toute homme possède de l'espace en général et plus spécialement de la forme et de la grandeur des corps, de leurs positions et de leurs déplacements ».**

C'est la question qui attend tout naturellement celui qui, s'étant soumis à la discipline de l'axiomatisation et s'en étant assimilé la méthode, prend quelque recul et se met à réfléchir sur la portée de l'expérience intellectuelle qu'il vient de faire.

270 QUESTIONS PRÉ-AXIOMATIQUES (§103)

Pour nous, l'axiomatisation de la géométrie ne forme qu'un moment de notre entreprise. Et nous ne faisons que reprendre nos intentions du début en rendant libre cours aux questions que l'axiomatisation a suspendues, mais auxquelles elle n'a pu donner de réponse définitive. **Comment se fait-il que les notions primitives conviennent au rôle que nous leur attribuons, bien qu'aucune d'elles ne nous soit offerte « telle quelle » par la réalité physique — aussi peu celle l'égalité, par exemple, que celle de point ou de droite ?**

De quel droit pose-t-on qu'un axiome est valable, bien que la réalité ne nous présente aucun modèle concret où il soit parfaitement réalisé ?

271-273 LA FABLE DE LA BOULE DANS LA FORÊT : LE SCHEMA (§104)

Transportons-nous, en imagination, dans une clairière, au milieu d'une forêt irrégulièrement plantée d'arbres nombreux et plus ou moins serrés. Une grande boule s'y trouve et l'on nous a donné la tâche [...] de la rouler jusqu'à lisière. Comment allons-nous nous y prendre ?

Nous n'avons pas cédé (pourquoi ne pas l'admettre aussi?) à notre premier mouvement qui eût été de pousser la boule devant nous, sans délai, au premier jugé. Nous nous sommes au contraire décidés à préparer systématiquement la solution, en établissant une carte, d'ailleurs assez grossière, de la région.

Sur une feuille, un premier point B représentera la boule. Trois arbres seront ensuite choisis, au bord de la clairière, formant (très grossièrement !) un triangle libre d'arbres, mais l'intérieur duquel la boule est placée. Les ayant numérotés de 1 à 3, nous porterons sur notre carte en élaboration trois points numérotés de façon correspondante et formant un triangle contenant le point B. Au voisinage du « segment de droite » limité par les arbres 1 et 3, choisissons un arbre n°4, tel que le triangle 1, 3, 4 n'ait, lui non plus, aucun arbre à son intérieur. Opérons de la même façon à partir des segments 2, 3 et 2, 1 et ainsi de suite. De proche en proche, nous finirons par trianguler ainsi la forêt tout entière.

La carte ainsi dressée n'est cependant pas encore prête à nous servir. Pour tout arbre X, nous déterminerons les arbres Y1, Y2, Y3,... dont la distance à X est inférieure au diamètre de la boule. Sur la carte, nous joindrons le point qui correspond à l'arbre X par un trait rouge à tout point représentant un des Y. Ces traits [...] signifieront que la boule ne peut pas franchir l'espace correspondant.

Cela fait, nous quitterons la forêt en emportant notre carte et nous entrerons à l'auberge voisine.

Il est clair que tout est maintenant préparé pour passer à la solution « théorique » de notre problème. La carte, étendue sur la table de l'auberge, va nous en fournir tous les éléments.

Nous couperons, par exemple, notre feuille à dessin le long de toutes les lignes rouges. Si nous en détachons ainsi un fragment contenant le point B mais ne comprenant aucun segment de la lisière, nous saurons que le problème est insoluble. Au cas contraire, ce ne sera qu'un jeu de patience de tracer au crayon une ligne partant de B et sortant de la figure triangulée sans avoir à traverser aucun trait rouge. ? Une telle ligne est l'image d'un chemin possible : elle fournit la solution (*une* solution) théorique du problème.

Pour en tirer la solution effective, il nous faudra naturellement reprendre le chemin de la forêt. Grâce à la numérotation correspondantes des arbres et des points de la carte, il sera (en principe) facile de traduire la solution « théorique » en un déplacement réel de la boule qui l'amène comme nous avons à le faire, de la clairière à la lisière.

[...]

A qui viendrait-il à l'esprit de prétendre qu'une représentation de ce genre fournit une image exacte et fidèle ? [...]

Une correspondance de ce genre est dite « symbolique ». Les « objets naturels » y sont représentés, presque sans égard à leur forme ou à leur constitution, par des signes choisis plus ou moins librement (ou par d'autres objets), leurs *symboles*. Dans notre carte, les arbres ont des points pour symboles. Le symbole de la boule est un point spécialement désigné. Celui du chemin réel que la boule pourra prendre est un trait au crayon.

L'ensemble de la carte, enfin, est ce qu'on appelle un *schéma*.

273-275 LE SCHEMA (§104-5)

[Nous voulons] reprendre l'une après l'autre les propriétés caractéristiques du schéma, pour lesquelles l'exemple de la carte fournit, pour l'instant, une illustration suffisante.

[...]

a) Certains signes ou symboles du schéma correspondent à certains objets extérieurs au schéma, objets que le schéma a précisément pour mission de représenter. Dans certains cas, ces symboles sont eux-mêmes des objets concrets, plus simplement ou plus facilement maniables que les objets « extérieurs ».

Nous appellerons *signification extérieure* du schéma la réalité qu'il a pour fonction de saisir, en la schématisant.

b) Certaines relations qui existent par avance entre les symboles ou qu'on y porte plus moins conventionnellement répondent à certaines relations à désigner, à distinguer, ou à imaginer, entre les objets extérieurs.

[...]

c) Certaines opérations (raisonnements ou manipulations) exécutables sur le schéma en tenant compte uniquement de sa nature propre ou des propriétés qu'on lui a conventionnellement conférées (et par conséquent sans avoir à se référer aux significations extérieures) sont en correspondance directe avec certaines opérations exécutables dans la réalité visée par la schématisation, de façon que les unes puissent être prises pour les autres, comme le symbole peut être pris pour le symbolisé.

Les trois points a), b) et c) sont relatifs au côté positif, au côté efficace de la concordance schématique. Le troisième est d'une importance toute spéciale. Il peut même arriver que la concordance dont il y est question porte beaucoup plus loin qu'on ne l'avait tout d'abord prévu.

[...]

d) Un quatrième caractère du schéma est d'être, en principe, révisable.

277/279 CONNAISSANCE PRATIQUE (§106)

il est [...] normal qu'une connaissance soit à la fois sûre en pratique et inexacte en principe, qu'elle soit à la fois efficace et inachevée. C'est un fait qui ne doit ni nous déconcerter ni nous arrêter. Nous n'avons pas à nous étonner que la connaissance usuelle ne soit pas frappée d'impuissance en face de ce que nous venons d'appeler une connaissance approfondie. Dans son cadre, la connaissance usuelle ne se trouve pas dévalorisée par la confrontation avec une connaissance qui la dépasse, même de façon transcendante. Son efficacité n'est pas compromise par la révélation de la marge d'erreur qui l'entoure, car cette efficacité ne se fonde pas sur une inexistante faculté de nos sens de ne pas être soumis à l'erreur, — ou de notre esprit de ne pas être sujet à la faute. En saisissant combien notre connaissance est sommaire et inachevée, nous ne nous créons aucune obligation de la rejeter comme inadéquate, nous apprenons simplement à mieux évaluer l'efficacité de notre connaissance.

[...]

En résumé, il n'y a, tout d'abord, aucune contradiction à dire que la connaissance de telle ou telle réalité peut être à la fois primitive et provisoire : provisoire parce qu'elle sera peut-être révisée, et primitive parce qu'elle ne l'a pas encore été. Il n'y en a pas non plus à ajouter qu'elle peut être à la fois sommaire et suffisante : sommaire parce qu'elle n'épuise pas son objet et suffisante parce qu'elle convient, telle qu'elle est, aux fins qu'on s'est fixées.

La rencontre de ces quatre qualificatifs : provisoire et pourtant primitif, sommaire et pourtant suffisant, appliquée à un certain niveau de connaissance ne devrait rien avoir de surprenant, car elle ne fait que décrire la

façon font un schéma s'insère [...] dans sa signification extérieure. [...] Pourquoi éprouvons-nous cependant un instant de surprise en les voyant s'appliquer les quatre à la fois ? C'est que **la connaissance usuelle est de prime abord engagée dans un préjugé réaliste dont on n'imagine pas que la limite soit si facile à franchir.**

278-279 / 282 LE SCHEMA CONSTITUE SA SIGNIFICATION EXTERIEURE : HORIZON DE CONNAISSANCE (§106, §107)

Si les intentions auxquelles un schéma répond restent inchangées, et s'il s'est avéré adéquat, il conserve son efficacité indépendamment des progrès ultérieurs de la connaissance. La connaissance qui s'y incorpore est à la fois fragmentaire, stable et suffisante.

Ainsi, **il n'est pas du tout nécessaire que la signification extérieure soit une réalité donnée d'avance** « telle qu'elle est », **dans ses caractères essentiels et définitifs.** (Rien, d'ailleurs, n'autorise à penser qu'une réalité soit jamais donnée de cette façon-là.)

Et **pourtant il nous faut accepter comme authentique la façon dont elle nous est proposée par l'intermédiaire d'une représentation encore engagée dans la gangue d'une certaine indétermination.**

Nous venons d'employer le qualificatif « authentique », à propos de la connaissance schématique ; nous l'avons fait très intentionnellement. Nous voulons encore en préciser la portée.

Jusqu'à un certain point, un schéma est assimilable à un portrait. On ne s'étonnera pas d'entendre dire de certains peintres qu'ils font de l'authentique, bien que recréant une réalité conforme à leur « manière ». Cette comparaison fait incliner déjà la signification du mot « authentique » dans le sens que nous entendons. Elle ne va cependant pas encore assez loin. Qui dit portrait dit aussi modèle. Antérieurement à la réalité qu'il a su authentiquement rendre dans son tableau, le peintre a rencontré la réalité de son modèle ; celle-ci est primaire par rapport à la réalité inscrite dans le portrait. Modèle et portrait sont ici dans un rapport qui rappelle celui (que nous disions trop simple) d'une réalité prédonnée et de son schéma. Pour nous rapprocher de la situation que nous avons en vue, il faudrait imaginer que **le portrait est le moyen même de la connaissance de la personne**, que **c'est par le portrait que la réalité de celle-ci nous est donnée**, que **c'est par l'exécution du portrait que cette réalité se constitue pour nous**, qu'il n'y a pas, en un mot, de réalité qui nous soit donnée antérieurement au portrait, ou tout au plus de façon plus vague et plus indéterminée.

C'est dans cette situation que **le schéma revêt son rôle le plus significatif** : il n'est alors **ni antérieur ni postérieur à la connaissance de la signification extérieure ; il est l'un des éléments constitutifs de cette connaissance. La constitution du schéma est le moyen par lequel la réalité qu'il saisit prend pour nous sa structure.** Schéma et signification extérieure ne sont alors séparables que par le jeu de deux intentions opposées : celle de nous affirmer en face des choses et celle d'affirmer les choses en face de nous.

[...]

le rapport d'un schéma à sa signification extérieure doit souvent être pensé tout autrement que le rapport d'une image simplificatrice à un modèle préexistant.

[...]

Pour décrire la façon dont est donnée **la signification extérieure d'un schéma**, nous pourrions dire maintenant que celle-ci **doit être connue non comme une réalité en soi, mais comme un horizon de réalité**, que **la connaissance que nous en possédons n'est pas une saisie définitive, mais un horizon de connaissance.**

[...]

Rien [...] ne nous autorise à poser en règle qu'un schéma et l'horizon de sa signification extérieure ne puissent jamais s'édifier simultanément dans une interdépendance réciproque. Si nous voulons tenir compte objectivement des démarches dont l'esprit humain est capable, la prudence conseille d'admettre le contraire — et les confirmations ne nous manqueront pas.

[...]

la constitution et l'interprétation d'un schéma (ou, si l'on préfère, sa conception et sa mise en œuvre) sont les moyens mêmes par lesquels un horizon de connaissance se définit.

[...]

Pas plus que les choses de la réalité extérieure, les objets du schéma ne nous sont donnés comme des réalités dernières. Il est même dans la nature des symboles de pouvoir admettre des propriétés conventionnelles, des propriétés qu'ils ne possèdent pas nécessairement comme objets naturels, mais qu'ils ont la faculté de pouvoir revêtir. [...]

Ainsi se trouve éclairci un des aspects de la correspondance schématique, celui de la « qualité de réalité » du schéma et de sa signification extérieure. Le résultat, sur ce point, est le même pour les deux : leur « façon d'être » n'est pas du type de la réalité en soi, mais du type de l'horizon de réalité.

281 / 285 AUTONOMIE DU SCHEMA (§107, §108)

la signification du schéma peut être momentanément oubliée. Peu importe alors que les points y symbolisent des arbres et que les lignes rouges soient interprétables comme une défense de passer. **Ce qui seul compte encore, c'est la figure que ces points et ces lignes forment sur notre feuille, dans la réalité qui leur est propre** (c'est-à-dire dans ce que nous savons en saisir). On ne pensera plus à demander pourquoi les points sont

numérotés et pourquoi tels traits sont marqués en rouge, tandis que d'autres ne le sont pas. Ces questions avaient un sens au moment de la construction de la carte, ils en reprendront un au moment de s'en servir.

[...]

une fois la base axiomatique posée, la dialectique de la déduction s'en empare : il est alors de règle, en axiomatique, de ne plus faire aucun appel direct à l'intuition, celle-ci ne devant plus s'exercer que par l'intermédiaire de la dialectique. La méthode axiomatique prétend ainsi dénouer ses attaches (ou du moins les affaiblir) avec l'horizon de réalité où les notions dont elle continue à se servir ont été primitivement conçues, où leur signification originelle se réalise, où les axiomes ont été tout d'abord aperçus et où ils ne cessent pas d'être valables. Pour mieux soumettre la base axiomatique à la dialectique déductive, on entend la dépouiller (au moins partiellement) de son « contenu de réalité ».

[...]

En un mot : L'intention d'axiomatiser en éliminant plus ou moins complètement la signification originelle des éléments géométriques n'est plus à mettre en doute ; elle est réalisable ; elle est réalisée et les exigences qu'il reste à faire valoir ne peuvent que refluer de ce fait accompli vers notre propre vision, vers notre propre doctrine des rapports du connaissant au connaissable.

282-283 TECHNIQUE, DIALECTIQUE (§107)

une *technique* [...] sera, pour nous, le concours d'un certain ensemble de procédés, réunis en vue d'une certaine activité et informés par la connaissance d'un certain horizon de réalité. [...] Une technique est donc aussi un « être historique », et l'état dans lequel elle se trouve à un moment déterminée pourrait être appelé une *forme d'activité*.

[...]

Une technique verbale ou mentale dont le caractère dominant est normatif, méthodologique ou normalisateur, est une dialectique. Cette définition s'applique naturellement à la dialectique de la déduction géométrique.

283-285 EXPLIQUER LA CONCORDANCE SCHEMA-RÉALITÉ ? (§107)

« Un fait tient du miracle, dira-t-on. C'est que la technique mise en œuvre dans un schéma disjoint de sa signification extrêmement reste en parallèle avec les opérations que l'on effectue dans cette signification extérieure. Ce fait est certainement capital car c'est qui fait tout l'intérêt et qui commande toute l'utilisation du schéma. Or c'est trop peu de dire qu'il n'a pas trouvé d'explication jusqu'ici : aucun essai d'explication n'a même été tenté. » L'observation est exacte : nous n'avons pas le moins du monde tenté d'expliquer comment il peut se faire qu'il existe une concordance schématique et pourquoi une telle correspondance peut avoir une aussi grande portée. Faut-il vraiment s'en étonner ? A celui qui nous en ferait grief, voici ce que nous pourrions répondre :

« De quel genre d'explication parlez-vous ? Pensez-vous que toute soit explicable ; qu'on puisse donner de tout des raisons nécessaires et suffisantes ? Voulez-vous dire qu'une explication véritable est une explication définitive qui ne laisse plus aucune ombre derrière elle ? Pour vous l'explication ne devrait-elle pas être, pour être entièrement valable, la réduction d'un donné opaque à une situation rationnellement claire ? »

« Mais où prenez-vous qu'il existe toujours, et même qu'il existe parfois, des explications de ce genre ? Pour nous et pour ce qui nous occupe ici, nous estimons qu'il n'en existe pas ! »

Une comparaison nous permettra d'éclaircir la situation. En observant régulièrement le cours et les phases de la Lune, on peut y découvrir certaines lois de périodicité. La connaissance de ces lois est-elle mal fondée lorsqu'on n'en donne pas d'explication ? Une loi d'expérience n'est-elle pas une loi véritable, et lui faut-il toujours une explication ?

Certes, il est possible de donner une explication des périodicités dont nous parlons, une explication dont l'élément explicatif essentiel serait fournir par les positions et les mouvements relatifs de la terre, de la lune et du soleil. Mais la connaissance de ces mouvements est, elle aussi, toute pénétrée de connaissances empiriques. Faut-il la rendre rationnelle ? On peut en donner une nouvelle explication dans le cadre d'une théorie du système solaire. Mais cette théorie n'est elle-même ni gratuite, ni purement rationnelle. Des éléments empiriques contribuent à la constituer. Et ainsi de suite.

Une connaissance s'étant fixée en lois dans un certain horizon de réalité, toute explication ultérieure requiert les éléments d'une horizon de réalité qui embrasse, élargit ou approfondit le premier. Mais ce nouvel horizon de réalité n'a pas de vertu explicative dernière et absolue.

Toute explication qui vaut la peine d'être imaginée participe plus ou moins des mêmes caractères. Elle n'est jamais définitive. [...]

Revenons maintenant à la question de la concordance schématique. [...] Les conditions mêmes d'une explication de ce genre nous font complètement défaut. Au point où nous en sommes, la possibilité d'une concordance schématique est un fait d'expérience.

292 HORIZON SYNTACTIQUE (§110)

Nous avons à prendre note que les énoncés sur lesquels la dialectique s'exerce sont des phrases composées selon les règles et les usages de la langue française avec deux sortes de mots. Les uns recèlent leur sens usuel, et exercent dans la structure verbale leur rôle normal. Ce sont les mots tels que un, deux... et, ou,... avec, si alors,... librement, nécessairement, etc. Ils forment une armature verbale dans laquelle **les autres mots, ceux de « point », de « droite », etc.,** sont encastrés. Ces derniers n'ont pas encore retrouvé de signification. Ils sont comme des formes vides et n'indiquent, dans le texte, que la place qu'ils occupaient primitivement. Le problème est de remplir à nouveau ces formes vidées de leur sens d'un sens nouveau (et réduit) sur lequel la dialectique puisse reprendre prise.

293-294 HORIZON FORMEL DE LA DIALECTIQUE (§111)

les démarches de la dialectique ne tiennent jamais à la nature particulière des objets à propos desquelles elles sont lieu.

Cette observation tempère considérablement la violence des expressions telles que « vider un mot de sa signification primitive » ou « renoncer au contenu intuitif d'une notion ». Lorsque nous prétendons renoncer à nous servir de l'idée de point, par exemple, 'telle qu'elle est dans notre intuition », nous ne renonçons pas à toutes les attaches de cette notion avec l'horizon de réalité où elle a pris naissance. Nous ne renonçons pas à considérer un point comme une chose ayant sa façon propre d'exister. Un point ne cesse pas d'être un objet — même si c'est un objet de la pensée — ayant existence et individualité. Même lorsque nous prétendons renoncer à la forme que l'idée de droite évoque dans notre esprit, nous n'effaçons pas tout de l'image que nous portons en nous. **Les points et les droites** ne cessent pas d'être envisagés comme des choses, au sens le plus ordinaire, le plus intuitif du mot « chose ». Mais ce **sont des choses dont les caractères distinctifs, les caractères qui leur sont particuliers, n'auront plus à intervenir.** Une droite, par exemple, n'est plus qu'un individu d'une certaine catégorie qu'il suffira de désigner sans avoir à le décrire, à spécifier. Pour le distinguer des individus appartenant à d'autres catégories, tels que les segments ou les angles (qui devront être également et semblablement « dépouillés » de leurs caractères intuitifs), il suffira d'attacher à chacune de ces catégories une désignation choisie en toute liberté. **On dira, par exemple, que les points forment une première catégorie, les droites une seconde, les angles une troisième, etc. ; ou bien on dira la catégorie A, la catégorie B, la catégorie C, etc. ; ou bien encore on désignera toujours et exclusivement les points par des majuscules ; les droites par des minuscules ; les angles par des lettres de l'alphabet grec, et ainsi de suite.**

[...]

Tout compte fait, il est donc inexact de dire que la dialectique opère sur des mots vides de sens. Il faut dire plutôt que **le sens des mots est réduit à la fonction de dénommer un certain nombre de catégories de choses ou un certain nombre de relations de catégorie à catégorie.**

295 MOYENS DE DIALECTIQUE : DÉDUIRE = AGIR SUR DES SYMBOLES (§112)

Par rapport aux configurations d'éléments dont ils posent ou concèdent la possibilité, les axiomes fixent nos droits et nos devoirs, c'est-à-dire les libertés qu'ils nous reconnaissent et les restrictions, les nécessités qu'ils nous imposent. Ce dont la dialectique reste capable se trouve ainsi délimité : c'est **l'exercice de ces libertés dans le cadre de ces nécessités.**

Sans vouloir faire ici le compte exact de toute ce que cela signifie, on peut en quelques mots en indiquer certaines parties essentielles : la logique (ou physique) de l'objet quelconque, comportant **les jugements d'existence, de compatibilité ou d'exclusion réciproque des groupes d'objets de nature quelconque,** la logique de l'acte quelconque énonçant **les lois de combinaisons des actions compatibles ou incompatibles, un canon de nos jugements élémentaires concernant l'emploi du vrai et du faux, une certaine charte de nos libertés naturelles,** par exemple de notre liberté d'imaginer ou de ne pas prendre en considération, etc.

Or il faut remarquer que la logique, tendant à se constituer en discipline autonome, répond précisément à l'intention de légiférer sur les objets indépendamment de leur nature, sur les classes sans avoir à se préoccuper des propriétés de leurs éléments (si ce n'est celle d'être réunis en une même classe qu'on ne puisse pas confondre avec une autre classe), sur les actes en ne sachant rien de leur réalisation (si ce n'est qu'ils sont libres ou liés, compatibles ou contradictoires), etc.

En ce sens, **la technique à laquelle le matériel axiomatique révisé donne prise est une technique strictement logique.**

[...]

L'installation de la dialectique déductive, dans l'édification axiomatique de la géométrie, présente les caractères de l'installation d'une technique dans un schéma.

296-297 SIGNIFICATION EXTÉRIEURE : CONTENU INTUITIF (§113)

Tout au long de l'axiomatisation, [...] nous avons pris la peine de revenir sur **les buts de l'axiomatisation.** C'est, expliquions-nous, **de reconstruire** rationnellement (ou, mieux encore, **déductivement**) **le contenu de l'intuition.** [...] nous avons désigné **la signification extérieure** en face de laquelle le schéma axiomatique se constituait : *C'était précisément le contenu de l'intuition.*

« L'insertion du moment déductif dans l'intuitif a fait évoluer toutes les notions intuitives vers un état de précision conceptuelle qui les rend adéquates aux distinctions tranchées (et sommaires) du raisonnement logique.

Dans notre connaissance, le théorique vient doubler l'intuitif comme la forme d'une expérience sur et dans l'intuitif.

[...]

En tant que signification extérieure du schéma axiomatique, l'aspect théorique réalise avec ce denier une correspondance encore plus étroite que l'aspect intuitif.

304 HORIZON EXPÉRIMENTAL (S115)

L'horizon théorique [...] se détache de l'horizon naturel pour répondre à l'intention déductive, pour réaliser les conditions d'application et de validité de la dialectique de la déduction telle qu'elle s'exerce en géométrie élémentaire. Il s'en détache comme il arrive que, dans un tableau, un groupe de figures se détache de l'ensemble : il s'en détache, mais il ne s'en sépare pas.

De façon en quelque sorte symétrique, l'horizon de réalité où se profile l'aspect expérimental se détache de l'horizon naturel par la mise en œuvre d'un certain ensemble de procédés techniques, par l'insertion et l'intervention d'une activité qui produit des objets géométriques d'une qualité supérieure à celles des objets naturels. Cette technique de production est ici l'élément caractéristique et dominant : l'horizon expérimental est tout simplement ce qu'elle réussit à faire de l'horizon naturel.

307-310 LE MYTHE DE LA RÉALITÉ : HORIZONS DE RÉALITÉ (S116)

Il put sembler légitime de ne faire aucune distinction entre l'idée de signification extérieure et celle de réalité tout court. Aujourd'hui cette distinction s'impose. **La connaissance instrumentée a fait surgir, à l'intérieur de la connaissance sensible, une réalité métasensible.** Elle a ouvert un nouveau monde physique dont le monde physique tel que l'intuition nous en fournit l'image n'est que l'enveloppe : le monde atomique. Ce progrès dégrade **la connaissance intuitive.** Non pas qu'elle cesse d'être efficace au niveau où elle s'applique. Ce qu'elle perd, c'est un caractère qui ne lui revenait que par usurpation : elle **se trouve reléguée du rôle (usurpé) de connaissance immédiate et définitive au rang de connaissance intermédiaire, de connaissance provisoire.** Il nous faut renoncer à l'idée que son objet, que l'objet de son intention est une réalité en soi. Il nous faut enfin reconnaître que ce n'est qu'un horizon de réalité.

En un mot : les réalités du monde physique dans lesquelles l'intuition se réalise, qui fournissent à l'intuition le monde de son efficacité (le monde de sa signification) ne peuvent plus être conçues comme des réalités tout court, mais seulement comme des apparences de réalité. *Le monde dont l'intuition spatiale nous transmet l'image n'est qu'un horizon de réalité.*

[...]

Ne manquons pas de le répéter : **la variation de doctrine qui s'exprime par l'abandon de l'idée de réalité toute simple au profit de l'idée d'horizon de réalité est la conséquence fatale de la variation de la doctrine physique relative aux propriétés de la substance matérielle.**

[...] La vision que le physicien se fait de la structure du monde physique domine actuellement la façon dont nous devons nous représenter l'accord de l'intuition géométrique avec sa signification extérieure. C'est en face de l'expérience du physicien que nous ressentons toute la précarité de l'idée dominante de la synthèse dialectique au niveau de l'information naturelle.

De tout autre que moi, il m'est donc clair que **la connaissance de la réalité à laquelle on accède par une expérience fine relativise irrémédiablement la structure de la connaissance intuitive : sa nature schématique nous devient doublement évidente.** [...] la vision intuitive est la forme même sous laquelle la réalité extérieure se présente à nous, sous laquelle elle se constitue comme « réalité extérieure ». Ce qu'il nous était aisé de reconnaître comme un schéma chez les autres, prend pour nous caractère de connaissance évidente et inconditionnelle. Et pourtant nous ne pouvons pas nous mettre en dehors de l'expérience commune. Ce qui vaut pour tous les autres, doit aussi être valable pour nous. L'expérience commune vient heurter l'évidence individuelle : c'est celle-ci qui doit céder devant le progrès de tous.

Nous avons ainsi atteint le point sur lequel nous voulons particulièrement insister : **un schéma ne se présente pas nécessairement comme image réduite ou simplifiée d'une réalité déjà donnée par elle-même.** Au contraire, le schéma peut se présenter comme moyen constitutif essentiel d'un horizon de réalité. C'est lui qui détermine la forme sous laquelle cet horizon se constituera pour nous. Il apparaît alors parfaitement adéquat à sa signification extérieure. Il paraît faire un avec elle. Celle-ci ne s'en détache que lorsqu'on l'envisage comme objet d'une connaissance qui l'épouserait étroitement. Sa signification extérieure n'a pas de forme antérieure et plus précise que celle qu'il lui confère. En un mot, *c'est par lui que l'horizon de réalité se constitue.*

[...]

Si la **connaissance intuitive** était restée à la frontière de notre connaissance, aurions-nous hésité à en faire le type même d'une connaissance à la fois immédiate et définitive ? N'ayant jamais eu l'occasion de la dépasser, comment aurions-nous eu l'idée de la mettre en cause ? Nous la disons maintenant schématique et provisoire. Mais elle n'est provisoire que pour celui qui la dépasse. Elle n'est schématique que pour l'observateur qui a surpris ses insuffisances. Il n'y a de sens à parler d'un horizon de réalité que dans la perspective de la connaissance en devenir, dans une perspective de dévoilement progressif de la « réalité ». C'est la perspective de la science moderne. Mais l'esprit qui n'a jamais dépassé la connaissance intuitive n'y participe pas.

Pour le dire une dernière fois, *pour l'horizon de connaissance qui ferme, provisoirement peut-être la perspective, le schéma représente le moyen même par lequel l'horizon de connaissance de sa signification extérieure se trouve précisé, bien plus, grâce auquel il prend sa spécification.* **Le schéma** est alors tout le contraire d'une imitation simplifiée, tout le contraire d'une création après coup. C'est au contraire lui qui **apporte l'élément créateur par excellence, l'élément sans lequel il n'y aurait pas de connaissance puisqu'il n'y aurait pas de forme d'expression de cette connaissance.**

[...]

Les **résultats précédents** ont une valeur qui dépasse le cadre de la géométrie. Ils **concernent l'ensemble de la connaissance**, nous voulons dire l'état dans lequel toute connaissance se présente à nous, à un instant déterminé : rien ne nous autorise à penser que notre connaissance, même à ses dernières frontières, soit davantage qu'un *horizon de connaissance* ; que les dernières « réalités » que nous ayons conçues, soient davantage qu'un *horizon de réalité*.

311 RÉSUMÉ (§116)

Tout ce qui précède, dans ce quatrième chapitre, peut être envisagé comme un essai de réviser les rapports à établir entre l'abstrait et le concret, de façon à ce que ces rapports conviennent à l'horizon de connaissance qui s'est dégagé de notre longue discussion. Ce que nous avons fait et ce que nous continuons à faire peut se résumer en ces mots :

Installer une dialectique idoine du concret et de l'abstrait. La notion de schéma est une clef de cette dialectique. [...] Nous voulons y faire entrer maintenant la notion de *modèle*.

313-315 MODÈLES (§117)

fournir ou construire un modèle est une opération assez strictement inverse de celle de concevoir ou d'établir un schéma. **La fonction du modèle est d'apporter à un schéma** une illustration que ce dernier ne comporte pas d'avance, **une signification extérieure qui en soutienne la conception.**

[...]

Comment montrer que l'énoncé B n'est pas une conséquence d'un énoncé A (ou d'un groupe d'énoncés) ?

En produisant un modèle dans lequel A soit réalisé en même temps qu'un énoncé incompatible avec B. Cette méthode est d'un usage assez courant en axiomatique. **Il saute aux yeux qu'elle n'est pas de la même nature que les règles de la logique déductive.** Contrairement à la tendance logique habituelle, c'est par un retour au concret qu'elle apporte la décision.

Sur ce point, l'interdépendance méthodologique de l'abstrait et du concret est manifeste. **La méthode des modèles sort donc clairement de la tradition rationnelle. Sa seule justification est l'existence des concordances schématiques dont nous relevons le jeu à toutes les articulations spatiale.** Dans une perspective « purement rationnelle », cette méthode est un corps étranger. Elle prend tout naturellement sa place dans notre perspective dialectique.

328 / 334 LÉGITIMITÉ DU THÉORIQUE (§122, §123)

Dans les exemples que nous avons traités, l'aspect théorique se développait au moyen de chaînes d'opérations sûres et de jugements certains. Mais où ces opérations mentales avaient-elles pris leur efficacité et ces jugements leur certitude ? Cette efficacité et cette certitude sont précisément les caractères que nous avons reconnus à la **connaissance intuitive**. En géométrie, le théorique tient partout à l'intuitif. Dans d'autres sciences, le théorique aboutit directement à l'expérimental. Dans d'autres encore, les racines empiriques sont plus cachées. Nulle part, la séparation totale du théorique et de l'empirique n'est un fait accompli...

[...]

l'explication théorique d'un *fait* confère à ce dernier une certaine garantie rationnelle qu'il ne possédait pas encore. — Et **quant à la théorie elle-même, quel en est le garant ? C'est sa convenance**, ce dernier mot devant être parfois pris dans un sens très strict et d'autres fois dans un sens beaucoup plus large ?

[...] C'est dans une trame extrêmement complexe et serrée d'explications et de confrontations qu'elle s'éprouve. **Son idoneité** ne lui était pas acquise d'avance. **Elle l'acquiert en la méritant.**

332-334 L'HORIZON AXIOMATIQUE (§123)

On peut maintenant laisser tomber l'idée dominante de l'équivalence (de vérité) des trois aspects, tout le système n'en reste pas moins cohérent et structuré par l'intermédiaire de [l'horizon axiomatique de réalité].

La constitution de l'horizon axiomatique est le moment décisif de la mise en rapport des trois aspects, le moment décisif de la synthèse dialectique.

[...]

En un mot, l'idée trop sommaire de l'adéquation qui informait la première synthèse dialectique peut être abandonnée et remplacée par l'idée de correspondance schématique dans laquelle se reflète une connaissance elle-même plus détaillée des formes possibles de l'adéquation. L'idée de correspondance schématique peut être promue au rang d'idée dominante de la synthèse dialectique sans que la cohérence de celle-ci ait à en souffrir.

335-336 LOGIQUE : THÉORIE COMME UNE AUTRE (§124)

pour une théorie générale de la connaissance, il est naturellement de la plus haute importance de se rendre compte que la constitution d'une théorie générale des objets logiques rencontre les mêmes difficultés de principe que la constitution d'une théorie de l'espace. On pourrait penser que le problème que nous traitons ici, le problème de l'espace, est d'une complexité spéciale, et qu'il doit exister des domaines de la connaissance d'une contenance beaucoup plus simple. Ces domaines seraient alors méthodologiquement antérieurs, et cela de façon essentielle, à celui qui se trouve traité ici. Or l'idée d'une antériorité aussi radicale ne résiste pas à un examen sérieux. On se rend alors compte que [les exemples de synthèse dialectique dont la connaissance géométrique offre l'occasion sont des modèles du genre.](#)

336 FONDAMENT DE L'AUTONOMIE DE L'AXIOMATIQUE (§124)

La théorie des objets, fondements de l'autonomie (relative) de l'horizon axiomatique, se présente sous les trois aspects principaux que voici :

- a) comme *physique de l'objet quelconque*,
- b) comme *charte de nos libertés naturelles*,
- c) comme *canon élémentaire de nos jugements*.

a) Comme *physique de l'objet quelconque*. D'emblée, la connaissance de l'objet (de propriétés quelconques) se présente sous les trois aspects que nous si souvent distingués. La conception même de l'objet et les relations que nous établissons entre les objets sous le signe de l'évidence en manifestant l'aspect intuitif. Une technique combinatoire extrêmement élémentaire opérant sur des objets réels ou sur des symboles littéraux, par exemple, en réalise l'aspect expérimental. Ces deux aspects à la fois se prêtent enfin à une systématisation déductive.

Le tout s'organiser en une synthèse dialectique dont l'idée dominante est l'équivalence des trois aspects. Cette idée se présente d'ailleurs elle-même avec l'immédiateté de l'évidence.

C'est à cette discipline élémentaire qu'appartient, par exemple, l'énoncé suivant :

Si la présence d'un objet A entraîne toujours la présence d'un objet B, l'absence de B entraîne l'absence de A.

[La physique de l'objet quelconque va d'ailleurs de pair avec une Logique de nos conduites élémentaires.](#)

b) Comme *charte de nos liberté naturelles*.

Sans l'exercice de certaines libertés de l'esprit, il ne peut y avoir ni axiomatisation ni déduction. Il nous est possible de concevoir, de construire et de définir de nouveaux objets mentaux qui viennent prendre leur place à côté de ceux que nous disposons déjà. Ainsi, nous avons la faculté de décider ou de ne pas décider de traiter une configuration de deux objets comme un seul objet — d'envisager, par exemple, une paire de points comme équivalente à un segment.

Bien entendu, la liberté dont nous parlons c'est pas illimitée. Il y a des exigences à remplir pour que les objets construits par l'esprit puissent être agréés dans le monde des objets. Notre libre imagination se met ainsi d'accord avec les lois de la physique de l'objet quelconque.

Cette liberté n'en va moins très loin. Déjà la suite illimitée des nombres entiers en donne le témoignage. Elle justifie (par le fait accompli) la prétention de l'esprit à concevoir, après un nombre n fini quelconque d'objets, encore un objet dont la seule propriété soit précisément d'être le $n + 1^{\text{ème}}$ mais les justes prétentions de l'esprit vont encore plus loin. Il [revendique de pouvoir rassembler dans la conception d'un seul objet un processus de genèse qui peut comporter un suite illimitée de moments](#). Celui qui ne se croirait par libre de le faire ne pourrait pas concevoir le nombre irrationnel, par exemple. Le postulat du point-limite lui paraîtrait illégitime.

[Toute la théorie du continu témoigne de la liberté dont l'esprit dispose vis-à-vis de son expérience, de la liberté de la compléter, de la prolonger, de l'intégrer dans une théorie. Il est clair qu'un énoncé tel que l'axiome auquel nous venons de faire allusion n'est pas susceptible d'une vérification expérimentale directe.](#) Nous

sommes cependant **libres de l'admettre** comme une hypothèse directrice et simplificatrice. L'efficacité de **cette mesure** trouve alors son expression dans la cohérence de tout le système. Elle **retombe, par ce biais, sous le coup de l'expérience**.

Et, d'autre part, la liberté dont nous parlons ne saurait être interprétée comme une liberté dont il nous serait loisible d'user individuellement et arbitrairement, puisque l'intuition de l'espace est toute dominée par la vision ou la représentation de la continuité.

La science du raisonnement apparaît dans cet exemple, non plus comme une physique très simple et très générale qui réglerait les rapports à établir entre les objets (par le fait même que ce sont des objets), mais bien comme une science des moyens dont l'esprit peut et sait disposer en toute légitimité. **Il n'y a pas de doute que la théorie de continu, cette façon d'extrapoler et de « fermer » l'expérience de l'espace en accord avec nos vues intuitives, correspond à une façon admissible de faire. Comment s'expliquer qu'elle put causer aux philosophes grecs des difficultés qu'ils ne surmontèrent jamais. C'est naturellement qu'ils n'étaient pas parvenus à dégager la dialectique des raisonnements de ce genre. Ce n'est que beaucoup plus tard, le problème se posant à nouveau au sujet du calcul différentiel, que la dialectique adéquate finit par se constituer — à travers tous les tâtonnements et toutes les difficultés que l'on sait.**

c) Comme canon de nos jugements.

La science du raisonnement comporte enfin un aspect normatif sur lequel il est à peine nécessaire d'insister.

La physique de l'objet quelconque n'est pas toute la physique, elle n'en est que le chapitre le plus élémentaire. La charte de nos libertés naturelles n'est pas codification de tout ce dont nous sommes et serons capables, elle n'en est que la très sommaire esquisse. En tant que canon de nos jugements, la logique n'est pas une instance aux compétences illimitées. Ce n'est, en somme, qu'une instance préalable. Mais elle est impitoyable.

Tout jugement et tout système de jugements sont soumis au contrôle de l'instance logique. Mais celle-ci n'en examine pas tout le contenu. Elle dépouille les jugements d'une partie de leur sens pour ne conserver que les propriétés générales des objets et des relations entre objets qui y figurent. Son verdict est alors celui-ci :

Le système de jugements proposé est possible, il s'intègre dans la physique de l'objet quelconque et respecte nos libertés naturelles, ou celui-là :

Le système de jugements proposé est impossible, il ne s'intègre pas dans la physique de l'objet quelconque, il ne s'accorde pas avec la charte de nos libertés naturelles.

Ainsi, l'esprit est capable, dans un climat normatif inconditionnel, de décider si tel système de jugements est ou non recevable.

La logique ne décide pas du vrai ou du faux d'un jugement porté sur des objets réels. Le vrai logique ne se rapporte qu'aux jugements portés sur les objets logiques et sur les relations établies entre eux.

Nous ne chercherons pas à analyser ici si l'intuition qui informe l'instance logique normative et lui permet de porter ses jugements préalables de conformité dans un sentiment d'absolue compétence. Pour atteindre son but, l'analyse de cette intuition doit être mise à sa place. Elle appartient au Problème du Commencement.

351-452 Chapitre V Les géométries non euclidiennes (1952)

435-436 LIBÉRATION FROM INTUITION (§150)

Il nous est arrivé d'insister sur les points de ressemblance entre la géométrie hyperbolique et la géométrie classique. Nous appuyons maintenant sur les différences. Qu'on veuille bien ne pas s'en étonner : nous soucions ici de comprendre comment la déduction géométrique peut être libérée de l'hypothèse trop pesante d'une intuition spatiale non analysée. Or, ce n'est pas sur les points où elle progresse parallèlement à la géométrie élémentaire, mais bien là où elle s'en écarte que l'autonomie de la géométrie hyperbolique peut être mise le plus valablement à l'épreuve.

442-443 PROCÈS DE L'ÉVIDENCE (§151)

La contradiction est un événement normal dans la rencontre d'idées que rien n'a, d'avance, accordées.

[...]

Si le choix d'une base axiomatique comporte une certaine liberté, il serait faux de le dire arbitraire. Les éléments réunis en une base axiomatique offrent des gages très sérieux d'un accord à la fois préalable et profond, à commencer par l'évidence des propositions de départ.

On s'étonnera peut-être de voir l'évidence et l'intuition (qui la soutient) évoquées comme garanties au moment même où nous prétendons que la crise de l'évidence et de l'intuition s'est ouverte. Est-il utile de frôler ainsi le paradoxe ? Le paradoxe n'a d'autre but ici que d'attirer l'attention sur certaines distinctions qui doivent être faites, sur lesquelles il nous semble nécessaire de revenir et d'insister. **Il n'y a pas à en douter, c'est bien l'évidence et l'intuition qui sont mises en cause par l'expérience géométrique dont nous tirons à ce moment les conséquences. Il est d'ores et déjà établi qu'elles ne sortent pas indemnes de cette épreuve. Mais, gardons-nous de considérer l'évidence comme un témoin de vérité qui aurait déçu notre confiance et qui, de ce fait, ne mériterait plus d'être cru.** L'évidence ne doit pas être imaginée sous les traits d'une personne qui nous aurait fait de grandes promesses, qui nous aurait assuré qu'elle tenait le tout dernier mot concernant les vérités géométriques, dont les prétentions se seraient révélées exagérées, qui nous aurait ainsi trompés et à laquelle il serait désormais impossible de se fier en rien. **L'idée qui faisait de l'évidence un témoin irrécusable et incorruptible, c'est la nôtre.** Nous venons de nous apercevoir que cette idée n'est pas juste en tous points et nous cherchons un responsable : le responsable c'est nous-même. Le procès de l'évidence est ouvert, disions-nous, il aurait fallu dire : le procès de l'évidence en nous. L'accusé, ce n'est pas une évidence défaillante qui nous aurait volontairement induits en erreur, mais c'est notre *théorie* de l'évidence. En un mot, **ce qui ne sort pas intact de l'aventure, c'est nous propre vision du rôle de l'intuition.** Nous avons pensé qu'elle nous était donnée comme une instance dernière aux jugements irrévocables, comme une instance absolue. Les faits viennent de nous démontrer que nous commettions une erreur. L'évidence n'est pas l'instance infaillible que nous avons imaginée ; mais les faits ont-ils démontré que l'évidence est un simple trompe-l'œil ? Il n'en est pas un seul qui permette une telle interprétation. Tenir l'intuition géométrique pour nulle, ce serait tomber d'une erreur grave dans un erreur probablement plus grave encore. Rien ne vient justifier ici la fausse rigueur du « tout ou rien ».

Le problème de l'évidence, c'est donc de mieux savoir quelle est la valeur, et quelle est la portée de l'évidence. Ce n'est pas de choisir l'une ou l'autre de ces deux solutions, dont ni l'une ni l'autre ne convient, celle de l'évidence absolue que l'expérience réfute et celle de l'évidence fallacieuse que la pratique dément. C'est un problème de connaissance qui tourne vers nous sa face objective, un problème comme tant d'autres, où ce qui doit être étudié est un aspect de l'homme engagé dans la connaissance du monde. L'évidence en nous en tant qu'expression, pour nous, d'un certain mode et moyen de connaissance, peut être amenée devant nous, en quelque sorte sous le regard de notre esprit, pour y être examinée comme un phénomène mental ayant ses caractères propres. **Le sentiment de certitude qui accompagne la prise en conscience de l'évidence** se présente alors comme un fait dont il faut tenir compte, mais qui ne doit pas être arrachée à son contexte. Dans ce contexte, **c'est un sentiment (éprouvé par un homme) dont il n'est pas interdit de se demander jusqu'à quel point il est justifié.**

[...]

[L'intuition] [...] saisit un aspect possible du monde réel, et, même si elle ne nous transmet qu'un apparence schématisée, l'incarnation de cette possibilité dans notre organisation mentale reste garante de la non-contradiction de l'aspect théorique qui pourra lui correspondre.

435-436 RÉALITÉS DE L'HORIZON AXIOMATIQUE (§152)

Les « choses » les plus concrètes de notre horizon naturel ne nous sont pas données non plus comme des réalités dernières, et cela ne nous empêche pas d'avoir une prise active sur elles. L'idée de l'horizon de réalité a précisément pour fonction de recueillir et de maintenir les « caractères de réalité » sans lesquels il n'y aurait pas de sens à parler d'une réalité indépendante de nous-mêmes, mais en ne fermant pas prématurément une connaissance que la pratique exige ouverte.

Dans la méthodologie de la connaissance ouverte [...], on renonce à la fiction d'un fondement posé une fois pour toutes. On y revendique, au contraire, la liberté de tenir compte de l'expérience jusque dans les fondements. Cette liberté trouve précisément son expression dans l'idée d'une doctrine préalable *idoin*. Comment pourrait-on juger de l'idonéité d'une position de départ, si l'on n'avait pas refait tout le chemin qui va de la doctrine préalable jusqu'à la confrontation de ses conséquences avec les faits venus au jour dans l'expérience ? Et, l'ayant fait, à quoi servirait-il de feindre de ne pas l'avoir fait ? sinon à suggérer une idée tout à fait fautive de la nécessité inconditionnelle d'un point de départ dont la justesse s'imposerait d'elle-même.

[...]

C'est sur le versant théorique que le fait le plus saillant se présente : ce n'est pas *une* géométrie (*la* géométrie !) qui sort théoriquement affermie de l'épreuve axiomatique, ce sont *des* géométries. L'unicité de la vision géométrique ne nous est pas rendue intacte. En un mot, l'idée de géométrie s'est ouverte. Si univoque et parfaitement achevée en elle-même qu'elle ait pu nous paraître au début, elle ne vient pas moins se dédoubler : l'idée que nous avons primitivement de la géométrie rationnelle a donné naissance à deux « réalisations » concurrentes et logiquement inconciliables. Résultat vraiment remarquable : une expérimentation d'un genre inédit, *l'expérimentation dans le schéma axiomatique, fait sauter la forme traditionnelle de l'idée de géométrie et rend à l'imagination mathématique la liberté de s'en emparer pour la modeler à nouveau.*

[...]

C'est sur le plan théorique que l'idée de géométrie s'est ouverte. L'événement restera-t-il localisé, ou nous faudra-t-il aussi réviser l'idée de la géométrie intégrale, réalisée par la synthèse dialectique des trois aspects ? L'ouverture de l'aspect théorique nécessitera-t-elle une nouvelle synthèse dialectique, sous une nouvelle idée dominante ?

518-519 EUCLIDIEN & NON-EUCLIDIEN (§185)

[L'aspect expérimental] a été mis à sa place dans la perspective que les trois aspects de la connaissance spatiale continuent à dominer. La justification théorique lui manque, mais il conserve ses appuis du côté intuitif et du côté expérimental. En le lisant aux techniques de réalisation, nous l'avons certes relativisé, mais nous ne l'avons pas ébranlé, nous l'avons au contraire assuré.

Il est assez paradoxal de remarquer qu'en mettant en lumière les garanties réelles du privilège de l'eulclidien, nous rendions une chance au non-eulclidien.

[...]

Au-delà du privilège eulclidien valable tout d'abord à notre échelle, et prolongeable dans un horizon qui élargit notre horizon naturel dans des proportions imprévues, un privilège non eulclidien tout aussi naturel, mais de plus fine trame, pouvait donc être imaginé [grâce au théorème de l'approche]. L'eulclidien prendrait la signification d'une approche naturellement idoine à une certaine échelle, le non-eulclidien, celle d'une approche encore meilleure, correspondant au passage à une autre échelle.

522-523 INTUITIF « DOUBLE » PAR THÉORIQUE (§185)

[L'intuition] porte en elle [...] la structure de notre organisation mentale qui nous assure une connaissance a priori efficace à notre échelle, mais sommaire dans un horizon d'une contexture plus « finie » par rapport à notre horizon naturel.

[...]

Nous sommes enfin capables (nous ne le savions pas d'avance et il nous a fallu l'apprendre) de superposer à notre intuition primaire, en prenant même appui sur elle pour nous en écarter, une vision secondaire de l'espace, faite d'une étoffe intellectuelle plus consciemment tissée, capable de doubler la première sans entrer en désaccord avec elle dans notre horizon naturel, mais capable aussi d'en suspendre la valeur et de proposer une autre forme de l'espace, une autre structure de l'étendue.

524 OUVERTURE & FERMETURE (§186)

Pour qualifier un concept ouvert, nous n'exigeons pas qu'il soit susceptible d'un éventail entier de déterminations ultérieures. Le point essentiel est qu'il y ait progression (et même, en un certain sens, progrès) d'une spécification antérieure à une spécification ultérieure. A chaque passage de ce genre, il y a, disons-nous, ouverture de fait. Et si la progression s'arrête et se stabilise en un endroit efficace dans un certain horizon de réalité, nous disons qu'il y a fermeture du concept relativement à cet horizon.

[...]

Une notion qui est en situation dialectique doit avoir subi ou moins une ouverture et une fermeture.

526-528 CONNAISSANCES PRIMITIVE & AVANCÉE, DIALECTIQUE (§187)

confirmer **l'inaliénable validité de notre connaissance intuitive**, mais en tant que connaissance sommaire — **connaissance inscrite d'avance en nous mais dans laquelle n'est pas inscrite d'avance une structure dernière des choses étendues**. Elle devait surtout nous mettre en possession d'une intuition géométrique secondaire, venant prendre place en retrait de notre intuition primitive de l'espace, capable de suppléer cette dernière dans l'édification rationnelle des schémas géométriques, capable même de s'écarter de notre intuition naturelle et d'en prendre, sur certains points, le contre-pied.

[...] **l'intuition primitive n'a jamais cessé d'être au nombre des moyens grâce auxquels notre expérience géométrique a pu prendre son départ et se poursuivre**. C'est en fonction même de l'inaliénabilité de nos vues primitive que nous avons trouvé accès à cette intuition secondaire dont nous avons montré qu'elle pouvait, par exemple, nous guider dans l'édification autonome de la géométrie hyperbolique. **C'est en prenant appui sur l'intuition primitive que nous avons pu nous en écarter**.

Nous nous en sommes écartés, mais nous n'avons pas la possibilité de la renier totalement. Nous n'avons pas la faculté de nous en débarrasser comme d'un vêtement gênant qui ne serait plus à notre taille. Elle reste le fondement de notre vision de l'espace, même quand nous imaginons que le non-eulclidien pourrait suppléer l'eulclidien dans la synthèse dialectique. Suivant un circuit qui se recoupe, elle reste même la garantie plus ou moins immédiate et plus ou moins lointaine de l'intuition géométrique qui sait s'infléchir aux évidences non eulclidiennes.

Par l'insistance de notre effort, nous nous sommes donné le spectacle d'**une activité mentale qui, s'exerçant dans les conditions de sa plus stricte authenticité, remet en cause les conditions de sa propre validité — d'une activité qui ébranle (qui relativise) son propre fondement pour assurer son efficacité, pour rester ouverte à l'éventualité de son propre progrès**.

Nous avons vu cette activité évoluer et s'engager avec efficacité dans une variante assez éloignée de ce qu'elle était primitivement. Mais (et c'est là le point crucial) la variante nouvelle ne se substitue pas en l'effaçant à la variante à partir de laquelle elle s'est développée. La variante première reste en fonction, inaliénablement en fonction. Elle garde sa valeur, son applicabilité sommaire (à peine nuancée par une action en retour) dans l'horizon de sa validité originelle. Au stade évolué, la connaissance n'est pas épurée de la première variante que la seconde aurait simplement et avantageusement remplacée. Le sens que l'une et l'autre prennent en définitive s'établit par un va-et-vient entre l'une et l'autre.

En un mot, la signification de la variante évoluée ne cesse pas d'être garantie par la validité sommaire de la variante intuitive.

[...]

D'une activité qui, s'exerçant dans la ligne même de son efficacité, finit par mettre son propre fondement en case, sans pouvoir cependant y renoncer (sans disposer d'un fondement de rechange), nous dirons qu'elle est en *situation dialectique*.

529 DIVORCE RAISON-EXPÉRIEMENTAL CHEZ LES GÉOMÈTRES GRECS (S188)

Pour les Grecs, la géométrie sembla avoir été le modèle même à partir duquel s'est formé l'idée d'une connaissance purement rationnelle.

De ce fait l'idée du vrai qui doit s'imposer avec nécessité en géométrie (aussi bien dans les axiomes que dans les théorèmes) prend une telle prédominance que l'aspect expérimental de ces mêmes vérités en est dévalorisé, qu'il n'apparaît plus tel quel.

La géométrie des Grecs est l'exemple privilégié (elle le reste encore aujourd'hui dans une large mesure) d'une science qui ne devrait rien à l'expérience, si ce n'est à l'expérience de l'esprit qui ne serait lié que par sa propre loi.

562-564 / 568-569 LOBATSCHESKI (S194)

« On avouera, écrit [Lobatschewski] ailleurs, qu'aucune discipline mathématique ne commence avec des notions aussi obscures que celles que, suivant l'exemple d'Euclide, on met à la base de la géométrie, et que nulle part en mathématique on ne tolère une absence de rigueur comparable à celle qu'on a dû admettre dans la théorie des parallèles.

» *Il est vrai que la représentation des choses elles-mêmes que nous avons dans l'esprit nous garde de faire de faux raisonnements en géométrie*, à partir de premières notions générales aussi peu claires ; nous cherchons aussi les raisons de la justesse des vérités à accepter dans les démonstrer dans leur simplicité ou dans leur accord avec l'expérience, par exemple à l'aide d'observations astronomiques ; mais jamais on ne pourra satisfaire un esprit habitué à la rigueur. »

Mais comment Lobatschewski va-t-il pouvoir reprendre à son compte l'édification de la géométrie à partir de sa conception toute réaliste de la connaissance ? Le succès de son entreprise paraît tout d'abord d'autant plus problématique qu'il commence par répudier l'essentiel de la tradition et se refusant à voir dans son caractère abstrait la garantie de sa validité.

« Les premières notions, continue-t-il un peu plus loin, avec lesquelles une science quelle qu'elle soit, entend commencer, doivent être claires et réduites à leur nombre minimum : c'est seulement alors qu'elles peuvent offrir à la discipline une base solide et suffisante.

» *les notions de ce genre sont acquises par l'exercice des sens, on ne saurait se fier aux idées innées.*

A elles seules, ces deux citations marquent déjà un changement radical du climat géométrique.

Mais à quoi donc tient l'insuffisance et l'obscurité des notions géométriques traditionnelles (notions que l'on se plaisait à donner comme des exemples de parfaite clarté) La raison, répond Lobatschewski, en est précisément leur caractère abstrait.

« En un mot : espace, étendue, lieu, corps, surface, ligne, point, direction, angle sont des mots avec lesquels on commence à faire de la géométrie, mais auxquels n'est jamais liée une notion claire et précise.

» On peut cependant regarder toutes ces choses d'un autre point de vue. Il faut remarquer que *l'obscurité de ces notions est le fait de leur caractère abstrait, caractère qui devient superflu lorsqu'il s'agit de mesures véritables, et qui par conséquent a été inutilement induit dans la théorie.* »

Mais si l'on rejette l'édification déductive de la discipline géométrique, quelle sera donc la méthode qui permettra de la construire ? Les citations qui précèdent sont déjà révélatrices à cet égard. Qu'on veuille bien y remarquer le rôle attribué à l'activité sensorielle dans la formation de nos connaissances assurées. Ce rôle est décisif. Lobatschewski admettra bien que, dans leur saisie du réel, les sens puissent être aidés par des moyens artificiels. **Le jugement de nos sens n'en reste pas moins l'instance dernière et définitive.**

[...]

« Les surfaces, les lignes et les points qu'on définit en géométrie n'existent que notre imagination...

» C'est pourquoi nous n'avons à parer des surfaces, des lignes et des points que suivant le rôle qui leur revient dans les mesures vraiment effectuées. Nous n'aurons alors à nous en tenir qu'aux seules notions qui dans notre entendement se rattachent directement à la représentation que nous avons des corps que nous utilisons

couramment, et que nous trouvons directement réalisées dans la nature, sans avoir à nous arrêter tout d'abord à d'autres notions étrangères et artificielles. »

(On croit entendre ici par avance : l'énoncé des thèses du réalisme opérationnel de certains physiciens modernes.)

« ... Il n'existe dans la nature ni ligne droite, ni ligne courbe, ni surface plane ni surface gauche, on n'y rencontre que des corps, de sorte que tout le reste n'est que création de notre imagination et n'existe que dans la théorie. »

[...]

Des géomètres dont avons parlé, Lobatschefski n'est pas le premier pour lequel la géométrie juste est celle qui se réalise dans la nature. Il n'en reste pas moins que ce point de la doctrine préalable prend chez lui un relief tout nouveau. Dans la philosophie géométrique lobatschefskienne, la géométrie science-de-l'espace ne se réduit totalement ni à un cadre numérique rigoureux, ni à son aspect expérimental ouvert (sensoriel et opérationnel). Dans son intégrité, la discipline géométrique est une synthèse toute guidée par une intention réaliste.

On comprendra donc qu'une certaine analyse des procédés de mesure ne soit pas seulement un complément d'importance secondaire, mais bien une partie intégrante de la discipline.

[...]

Cette intégration du procédé de mesure à la discipline elle-même nous semble devoir être soulignée : elle confirme ce que nous disions il y a un instant du caractère indissoluble de la synthèse de la rigueur théorique et de l'ouverture expérimentale dans la doctrine lobatschefskienne.

[...] L'idée directrice paraît en être de ne pas accorder à l'aspect théorique une portée qui dépasse la connaissance (toujours sommaire et en devenir) que les procédés de mesure peuvent nous donner du monde réel.

L'accord ainsi réalisé entre l'aspect théorique et l'aspect expérimental doit cependant être payé d'un très haut prix : la synthèse lobatschefskienne se voit obligée de rejeter comme obscur et indigne de confiance presque tout le côté intuitif de notre connaissance. Ce n'est que par un long détour à travers l'expérimental qu'elle pourra s'intégrer les connaissances de notre horizon naturel.

572-573 PASCH (S194)

[Pasch] dit dans la préface de la première édition de ses *Vorlesungen über neuere Geometrie* : « Dans les tentatives qui ont été faites jusqu'ici de donner aux parties fondamentales de la géométrie une forme qui réponde à des exigences devenant plus rigoureuses avec le temps, l'origine empirique de la géométrie n'a pas été mise en valeur de manière pleinement décisive... On a beau rattacher à la géométrie toutes sortes de spéculations ; le succès constant des applications de la géométrie aux sciences naturelles et à la vie pratique est dû en tout cas au fait qu'à l'origine les concepts géométriques correspondaient exactement aux objets empiriques, bien qu'ils eussent été recouverts par un réseau de notions artificielles propres à favoriser les développements théoriques ; et si l'on s'en tient tout d'abord au noyau empirique de la géométrie, le caractère d'une science naturelle lui reste acquis, mais elle se distingue des autres sciences naturelles par le fait de n'utiliser qu'un nombre très restreint de notions et de lois titrées immédiatement de l'expérience. »

CONCLUSIONS

582

Lorsque nous exigeons des preuves, nous ne parlons pas de preuves en un sens absolu, mais de la preuve au sens courant de la science ; au sens dont la science a montré le bien-fondé.

La dernière garantie d'une preuve, dans les sciences, ce n'est pas une preuve dernière, une preuve au-delà de laquelle il n'y a plus rien à chercher. Cette garantie, c'est la science elle-même qui la fournit, par son existence, par sa cohérence, par son efficacité et par sa faculté de progrès. C'est l'ensemble du savoir scientifique déjà constitué, savoir dont la preuve est une partie intégrante.

583-584

Voici, à grands traits, le rythme selon lequel la connaissance scientifique avance :

a) Aucune des démarches de la science réelle ne s'effectue à partir d'un état zéro de connaissances, étant dans lequel le savant serait en mesure de recevoir des informations parfaitement épurées, et disposerait de méthodes parfaitement assurées. Une démarche scientifique ne peut s'effectuer qu'à partir d'une certaine situation de connaissance, situation dans laquelle le savant dispose d'une certaine savoir préalable et d'un certain langage préconstitué. Ce savoir n'est, en général, assuré qu'entre certaines limites. Ce qu'il pourrait comporter éventuellement de parfaitement sûr n'est pas naturellement muni d'un signe qui le désignerait comme tel. Ce langage n'est pas établi dans une forme déjà invariable. L'inaliénable qu'il pourrait comporter ne se dégage pas de lui-même du caduc et du provisoire.

b) La recherche rencontre ou fait apparaître des éléments nouveaux qui ne s'intègrent pas d'eux-mêmes à la situation de départ.

c) Il arrive que pour intégrer les éléments nouveaux, il faille imaginer et mettre à l'essai des hypothèses nouvelles, et mêmes des hypothèses incompatibles avec la situation de départ.

d) La mise à l'épreuve des nouvelles hypothèses rejaillit sur la situation de départ et sur son système discursif. Elle y apporte des exigences qui ne peuvent être parfois satisfaites que par une réorganisation de la situation de départ et par une révision des notions mises en cause. Cette révision peut descendre jusqu'aux notions les plus élémentaires et prendre l'aspect d'une véritable mutation de l'élémentaire.

Le passage de la situation de départ à la situation évoluée n'est pas le fait d'une nécessité logique. Il répond à certaines exigences de cohérence et d'adéquation, ou, pour tout dire en mot, à certaines exigences d'**idonéité**. Il comporte un moment de création (mentale ou technique) qui ne saurait être identifiée avec une procédure formalisatrice.

Le passage à la situation évoluée n'a pas pour effet d'effacer purement et simplement la situation de départ. Il arrive que la situation de départ comporte des éléments inaliénables qui ne puissent cependant pas être repris tels quels dans la situation évoluée. Un problème de coordination (de coordination dialectique) se pose alors entre la situation de départ et la situation évoluée. IL peut arriver que le sens et la porte des inaliénables en soient modifiées.

Tel est le schéma dont les autres phases peuvent être distinguées déjà dans le passage du système du monde de Copernic-Kepler, — aussi bien que dans le passage de la cinématique classique à la cinématique relativiste. L'activité scientifique qui s'y profile est à la fois plus souple et plus efficace, plus libre et plus complexe que la simple (et hypothétique) interprétation du formel dans le réel. Elle comporte en particulier, à côté du moment de création dont nous avons parlé, un retour sur l'acquis et une révision de ce dernier, faut desquels on ne voit guère comment l'évolution des conceptions scientifiques resterait possible.

Ainsi, l'examen des méthodes dont la science se sert avec succès nous libère de la conception erronée selon laquelle l'authenticité de la recherche scientifique tiendrait à son ancrage dans une situation de départ d'une validité inconditionnelle. Pour être dans le juste, il faut jusqu'à un certain point renverser la perspective, pour faire place à une conception en quelque sorte dynamique (et dialectique) selon laquelle les méthodes scientifiques prennent leur efficacité par un engagement actif dans le réel, engagement dont les moyens sont (à partir de toute situation préalable et provisoire) la recherche et l'examen, l'essai et l'hypothèse ad hoc, la mise à l'épreuve et la révision.

Voici donc le point de départ qui peut être offert à un nouveau discours : la simple conception d'une science qui ne soit pas invariablement liée à ses positions antérieures, mais libre encore d'expérimenter et de se corriger.

585

Le succès de l'activité scientifique ne tient pas nécessairement à son enracinement dans une situation de départ définitivement assurée. La recherche scientifique jouit, en réalité, d'une liberté beaucoup plus considérable, de la liberté de ne pas remonter à un fondement dernier, mais de commencer dans le relatif, avec tout ce que l'on a de connaissances approchées et provisoires, pourvu qu'on ne fasse pas injustement de celles-ci des connaissances achevées et immuables. Le droit à cette liberté est un droit réel. Il était donc tout indiqué que nous en usions.

591-592

Il n'est aucunement nécessaire de supposer que le schéma soit d'ores et déjà d'en emploi universellement efficace et parfaitement délimité. Son statut est d'être une hypothèse plausible ou même très plausible. Toute la pratique des sciences le suggère de la façon la plus pressante et la plus convaincante. Il reste cependant au rang des hypothèses qu'on n'est jamais définitivement dispensé de mettre et de remettre à l'épreuve.

Ni en droit, ni en fait, la mise à l'épreuve d'une doctrine préalable dont la validité n'accède pas à l'inconditionnel ne se fait indépendamment du progrès de la recherche qu'elle inspire et qu'elle informe. Le banc d'essai, ce n'est pas une activité antérieure à cette recherche, c'est cette recherche elle-même. Ce qui est réellement antérieur, c'est le passé de cette recherche, passé dont les suggestions ont été peut-être recueillies pour être engagées dans une activité ultérieure dont les résultats ne sauraient être entièrement indiqués à l'avance, — pour être engagé à nouveau sous la forme déjà plus précise de la doctrine préalable.

Dans l'emploi que nous en faisons, le schéma des quatre phases est donc à envisager comme étant lui-même compris au nombre de nos hypothèses fondamentales. Il n'y a entre cependant pas comme une hypothèse hasardeuse, mais comme un aspect déjà éprouvé de la doctrine préalable. Même en ce qui concerne notre schéma, nous ne remontons pas à un état zéro où nous n'aurions à faire aucun emprunt à l'expérience. Ce qui nous est ainsi donné prend d'ailleurs la valeur d'une exigence relativement à toute hypothèse qui pourrait être ultérieurement faite : celle-ci doit être telle que la validité que nous venons de reconnaître au schéma des quatre phases n'en soit pas affectée.

Ainsi, en nous fiant au schéma des quatre phases pour fixer notre ligne de conduite, nous ne retombons pas dans l'ornière du recours à une instance antérieure au sens traditionnel. Nous nous engageons, au contraire, dans une méthodologie d'un tout autre type, dans une méthodologie dont, pour l'instant, certains traits

élémentaires nous sont seuls donnés. Cette méthodologie élémentaire [...] se précise d'elle-même par l'aide efficace qu'elle apporte

597

Si l'idée préalablement achevée de l'élémentarité nous fait défaut, il n'en est pas moins faux de conclure à l'impossibilité de dégager une perspective élémentaire d'une relative et suffisante sécurité. Cette perspective existe, et nous pouvons ne prendre conscience sans grand effort : C'est sur elle que se fonde, en pratique, l'enseignement, le premier enseignement de la géométrie. Dans les premières heures de cet enseignement, le maître n'énonce pas les vérités géométriques, même les plus simples, comme des vérités rationnelles qui s'imposent d'elles-mêmes à l'esprit. Pour préparer les voies de l'abstraction, il fait appel, au contraire, (et il a bien raison de le faire) à notre vision naturelle de l'espace et la faculté que possède tout enfant normale de se représenter une ligne droite, une surface plane, un objet sphérique. Il engage en outre ces représentations dans une activité géométrique qui, à travers les mesures, le dessin, etc., vient se raccorder, en la précisant, à notre vision naturelle (intuitive) de l'espace étendu.

En un mot, l'enseignement de la géométrie pratique avec succès, dans ses premières démarches, la synthèse dialectique des trois aspects à laquelle une première étude attentive des méthodes géométriques devait aussi nous mener. Répétons-le, tout le succès de l'enseignement géométrique, dans ses débuts, tient à l'appui que les trois aspects sont capables de se prêter mutuellement. Pourquoi faudrait-il feindre de l'ignorer ? Nous pensons, au contraire, que ce fait doit être mis à sa place, avec toute l'importance qui lui revient.

606

Le résultat de cette investigation de l'aspect expérimental peut [...] se formuler comme suit : il est possible de préciser et de mieux spécifier, à partir d'une conception de simple bon sens, ce qu'il faut entendre par l'aspect expérimental de la géométrie. Le progrès de cette spécification exige la mise en œuvre de certaines techniques dont il existe déjà des exemples.

606-607

Nous avons déjà fait observer que la recherche scientifique moderne a d'ores et déjà franchi, dans nombre de secteurs, les limites de validité de nos conceptions naturelles. Pour la géométrie, deux faits dont nous avons déjà souvent fait mention sont à prendre sérieusement en considérations : ce sont la découverte de la structure discontinue de la matière et celle des géométries non euclidiennes. La seconde consacre la crise de l'évidence rationnelle, la première celle des évidences sensibles. Or ces évidences sont les garanties mêmes de la perspective d'élémentarité qui assure le jeu de la première synthèse dialectique. On se trouve ainsi placé devant un dilemme des plus pénibles : s'élever contre l'expérience en maintenant les évidences dans leurs fonctions d'instance ultimes et sans appel, ou tenir compte de l'expérience en déclarant nulles et non avenues les garanties qui nous paraissent les plus inaliénables.

Mais ce dilemme laisse échapper lui-même un des éléments les plus fondamentaux de la situation : il ne tient aucun compte de la validité éprouvée de la géométrie à l'échelle dit humaine, qu'on nomme ainsi pour la distinguer des grandes échelles de la cosmogonie et des petites échelles de la microphysique. Cette validité relative est aussi un fait d'expérience, c'est même l'un des faits d'expérience les plus constants et les plus sûrs auxquels nous puissions nous référer. En renonçant à le faire valoir, on abandonnerait l'une des positions les plus fortes que nous puissions occuper, c'est donc dire que, en dépit de son apparente rigueur, le dilemme précédent doit être rejeté et qu'il nous faut chercher une troisième éventualité qui nous permette de rassembler et de mettre en valeur toutes les données essentielles l'expérience.

Telle était donc la situation. A notre avis, la conclusion du rapide examen qui précède ne peut faire aucun doute : c'est évidence, rationnelle autant que sensible, qui devrait perdre sa validité absolue, afin de pouvoir conserver sa valeur réelle et relative. Allait-il être possible de relativiser les évidences sensibles et de subjectiviser les évidences rationnelles ? La conciliation de tous les éléments en présence semblait bien être à ce prix.

Il ne s'agissait donc pas de dévaloriser complètement l'évidence en tant qu'instance de garantie, et même en tant qu'instance dernière en tel ou tel état de nos connaissances. Il fallait réussir à en détache, comme u moment subjectif, la valeur d'absolu qui nous semble en être inséparable. Il fallait arrive à comprendre pourquoi les évidences éveillent en nous, éveillent *nécessairement* en nous, la croyance en leur vérité inébranlable, même si leur domaine de justesse ne peut pas s'étendre indéfiniment vers les très grandes et vers les très petites dimensions.

607-608

Nous disions que chacun des trois aspects devait être étudié par des moyens appropriés à sa nature. Pour l'aspect intuitif, il nous fallait en quelque sorte procéder à un démontage des structures et des activités (réparties, pourrait-on dire, sur les versants psychiques et somatiques de notre être) qui déterminent et qui conditionnent, en nous et pour nous, la vision et la possession de l'étendue spatiale. La tâche pouvait sembler singulièrement difficile. Nous avons cependant un modèle du genre, le travail intitulé *Die Motorik als Organisationsproblem*,

du savant zurichois R. Hess, prix Nobel de physiologie. Celui-ci entreprend de montrer, dans ce travail, par quel schéma d'organisation, par quel modèle formé d'enregistreur et d'effecteur on peut rendre compte des activités motrices dont nous sommes capables. Pour déboucher sur notre problème, il fallait introduire une conscience et la possibilité d'une prise de conscience dans le tableau. C'est pourquoi nous avons imaginé un modèle, ou plutôt une série de modèles, dans lesquels les rôles du corps et de l'esprit, unis dans l'être humains, sont répartis entre un robot et une personne adjointe. Il n'est pas difficile de comprendre comment le robot peut être le siège d'une confrontation entre une image sommairement fidèle du monde environnant et un schéma de sa propre structure, confrontation dont la justesse sert de fondement à l'efficacité automatique et cependant limitée du robot. **En interprétant, dans ce modèle, l'intuition géométrique par la prise de conscience (par la personne adjointe) de la structure du robot (structure qui joue pour elle le rôle d'un à priori), on rend compte de tous les caractères que l'expérience nous oblige à exiger de la connaissance intuitive : du caractère à la fois sûr et limité de sa validité en même temps que de son évidence.** C'était là, précisément, le résultat dont nous avons besoin pour la suite.

608

On nous objectera peut-être que cela n'est, en effet, qu'une théorie dont l'épreuve n'a pas encore été faite. Ce serait là une objection d'une entière justesse, mais qui ne toucherait en rien ce que nous avons voulu faire. [...] ce dont nous avons besoin, c'est uniquement de *pouvoir comprendre* que les deux caractères de l'intuition que nous avons à concilier ne sont pas fatalement inconciliables. Or, pour pouvoir comprendre, une hypothèse de quelque plausibilité suffit amplement.

610

La géométrie, dans la validité sommaire de son interprétation expérimentale redevient l'exemple privilégié, l'exemple convaincant d'une certaine connaissance qu'il nous faut désormais tenir pour possible et même pour normale : de la connaissance par abstraction schématisante.

611

Le progrès de la connaissance physique nous révèle l'un des caractères fondamentaux de notre vision intuitive ou de notre reconstruction théorique des formes étendues : il existe entre ces formes et les réalités qu'elle prétendent saisir une différence analogue à celle qui sépare un schéma de la chose schématisée. Nous pouvions l'ignorer, tant que les mesures restaient à notre échelle ; la chose devient patente aux échelles atomiques.

Va-t-on de ce fait conclure que les moyens que la géométrie nous offre ne conviennent pas à l'investigation du monde réel ? Nous sommes dans l'incapacité d'y renoncer. Le problème qui se pose n'est pas de remplacer la géométrie par quelque chose dont nous n'avons encore aucune idée. C'est au contraire, ayant accepté le fait tel qu'il est, d'en tirer les conséquences quant à l'idée que nous nous faisons de nos propres facultés de connaissance.

L'aide que la géométrie nous prête à ce moment, c'est d'être un irrécusable modèle d'un mode de connaissance qui est nôtre comme le sont nôtres les organes de nos sens. Le seul parti raisonnable est par conséquent de passer à l'élaboration d'une théorie de la connaissance schématique, en s'appuyant sur l'exemple de la géométrie.

611-612

Faut-il le répéter, l'idée du fondement antérieur appartient à une méthodologie surannée, que rien ne soutient plus. La procédure qui s'affirme et se confirme de plus en plus n'est pas une procédure de fondement, c'est une procédure d'essai, — c'est simplement la procédure aux quatre phases dont il a tant été question plus haut.

La révélation du caractère irrémédiablement schématique de l'adéquation du théorie à l'expérimental, en géométrie, engendre une situation b) [cf. p. 583]. Il faut imaginer une hypothèse intégrante, une hypothèse qui permette d'insérer le fait nouveau dans la situation primitive, une éventuelle révision de celle-ci étant également légitime. L'épreuve cruciale que doit subir l'hypothèse intégrante, celle qui consacre son droit à l'existence, c'est la réussite de la double procédure de l'insertion du nouveau et de la révision de l'ancien.

La doctrine de la connaissance schématisante n'a donc pas à recevoir sa légitimité d'une doctrine antérieurement constituée, la réussite de la double procédure dont nous venons de parler est elle-même créatrice de légitimité. Elle n'est pas tenue de ne faire appel qu'à des concepts déjà valables, l'esprit humain est libre et capable d'en inventer et d'en essayer à chaque instant de nouveaux. Elle n'est pas astreinte à n'avoir recours qu'à des moyens discursifs déjà formés et désormais invariablement fixés ; comme les idées qu'il exprime, le langage qui les exprime est à la fois le moyen et l'objet d'une création sans cesse renouvelée.

Ainsi, les expressions-clés de la doctrine de la connaissance schématisante tels que le « schéma descriptif » ou le « schéma constitutif », la « structure propre du schéma », la « signification extérieure », l'« horizon de réalité », etc., sont des expressions neuves qui ne prennent pas leur sens d'avoir été simplement formées avec des mots déjà connus, avec des mots ayant leur plein et entière signification.

Le sens leur vient de la façon dont ils se sont prêtés à l'examen, à l'élucidation, à la conception, à l'élaboration discursive du rapport de l'idée à la réalité dont la géométrie (entre autres disciplines) nous offre un exemple d'une valeur indiscutable.

613

Par le détour du modèle des robots et de leur personne adjointe, l'idée de la concordance schématique réagit aussi profondément sur l'idée qu'on peut se faire de la nature de l'intuitif. La représentation du monde extérieur dont un robot peut être le siège ne saurait être que schématique : le modèle atteint ici son but principal qui est de nous faire comprendre que la connaissance intuitive, (sans en excepter les évidences) puisse n'être, elle aussi, qu'une connaissance schématique.

613

En fin de compte, c'est avec une facilité paradoxale qu'on écarte les difficultés auxquelles l'interprétation de la géométrie élémentaire se heurte : il suffit, en effet, de changer de doctrine préalable. La doctrine de l'équivalence de vérité des trois aspects s'étant révélée impropre à présider aux exigences nouvelles, il suffit de lui substituer l'idée directrice de la concordance schématique. La géométrie élémentaire reprend alors, sous sa forme mathématique inchangée, son rôle théorie dans la synthèse dialectique des trois aspects.

614-1675

[L'analyse de procédure axiomatique] a naturellement pour objet (nous l'avons expliqué) et pour premier résultat de conférer au schéma une existence relativement autonome, en face de sa signification extérieure. [...] Pourquoi ne pas redoubler dans le même sens, en cherchant à éliminer le plus rigoureusement possible tout apport « extérieur » au schéma et toute signification antérieure au matériau dont il est fait ?

De schématisante, l'axiomatisation devient structurante et formalisante. Cette façon plus radicale et plus incisive de schématiser permet-elle de dégager un aspect abstrait ou théorique complètement autonome ? Il n'en est encore rien. Les schémas de structure restent encore engagés dans l'intuitif et même dans l'expérimental par l'intermédiaire de certaines notions fondamentales telles que celles de l'objet logique (ou objet de nature quelconque), de la relation, elle aussi de *nature* imprécisée, pouvant s'établir entre les objets logiques, de telle ou telle configuration.

L'axiomatisation venant de la géométrie science-de-l'espace, débouche ici sur la *théorie générale de l'objet* (théorie de l'objet quelconque) que nous traitons déjà dans l'ouvrage intitulé : *Qu'est-ce que la logique ?*.

616-617

en édifiant les géométries non euclidiennes, en veillant à ne négliger aucune des précautions et des subtilités de la méthode axiomatique, on aboutit à un résultat tout différent de celui qu'on pouvait tout d'abord escompter : l'expérience d'épuration se transforme en une expérience d'ouverture. L'intention même de séparer le côté théorique pour le fonder de façon totalement sûre conduit à une scission de l'idée de géométrie en plusieurs variantes égales en légitimité rationnelle précisée. Quelle est la portée de ce résultat ? IL touche tout d'abord la méthodologie géométrique, puisqu'il apporte un renseignement imprévu, mais incisif, sur la nature — sur ce qu'on hésitera désormais à appeler la nature des êtres ou des idées géométriques. On s'accorda longtemps dans la conviction que les idées géométriques offraient le modèle même des idées parfaitement achevées et arrêtées, des idées fermées en soi et invariables du fait de leur idéal perfection. Que venons-nous d'apprendre ? Il est maintenant devenu clair que cette conviction doit être sérieusement relativisée, si l'on ne veut pas être contraint de la jeter par dessus bord : **au terme de notre expérience, la géométrie s'offre désormais comme le modèle d'une discipline ouverte, — ouverte jusqu'aux racines de la conscience que nous en pouvons prendre.**

C'est là un résultat qui demande d'être intégré dans la méthodologie géométrique ; mais c'est surtout, à travers la géométrie, une exigence à intégrer dans toute théorie de la connaissance. Une théorie de la connaissance qui veut rester en accord avec la pratique efficace de la connaissance doit elle-même être telle que les idées ouvertes y trouvent leur place légitimes.

617

En son point décisif, notre étude démontre [...] par le fait, par la pratique et le succès, la non-nécessité et la facticité de la doctrine du fondement sur le instance première (ou antérieure) de légitimité.

618

en intégrant dans une troisième synthèse l'expérience d'ouverture qui s'est déroulée sur le plan théorique, on amorce une nouvelle expérience d'ouverture dont la notion d'espace est cette fois l'objet.

621-622

Il est désormais illégitime de poser qu'une connaissance valable doit nécessairement se constituer à l'aide d'éléments achevés dans leur nature et dans leur signification. Il est au contraire obligatoire de faire une place légitime aux éléments ouverts, aux éléments capables d'une évolution ultérieure. Pour être elle-même

valable, une théorie de la connaissance doit être imaginée de telle façon que l'exigence d'ouverture lui soit incorporée. [...]

La géométrie est maintenant l'exemple d'une discipline sur laquelle l'expérience d'ouverture s'est fait en dépit du caractère purement rationnel qu'on avait cru pouvoir lui attribuer. Cet exemple suffit pour jeter une ombre sur toutes les autres disciplines rationnelles et sur leurs évidences.

623

Il nous paraît probable que le Nouveau Discours devra mettre fortement en lumière l'opportunité de renoncer à la recherche d'un fondement dernier pour la remplacer par la recherche d'une position d'élémentarité (dans laquelle l'approfondissement de la connaissance puisse encore marquer sa trace). Il en résultera que la Nouvelle Méthode, acceptant l'exigence d'ouverture, aura à rechercher les conditions auxquelles la connaissance doit satisfaire pour *pouvoir* être ouverte.

625

Ce que l'histoire nous offre ici, c'est la preuve par le fait, que la doctrine de l'évidence rationnelle ne s'impose pas avec nécessité ; c'est aussi que les vues sur ce qui fait la légitimité d'un énoncé, d'un raisonnement, d'une méthode en géométrie est susceptible de varier, d'évoluer et de progresser.

625

Pour chacun des géomètres dont nous avons examiné l'apport à une édification irréprochable de la géométrie, nous nous sommes efforcés de faire ressortir les traits essentiels de la doctrine préalable, qui était propre à chacun d'eux.

Or le fait suivant nous a semblé digne de remarque : ces doctrines préalables sont toutes différentes les unes les autres, mais toutes peuvent être interprétées dans le cadre de notre perspective méthodologique.

Nous trompons-nous en pensant que c'est là l'un des arguments les plus forts qui puissent être invoqués en faveur de nos propres thèses ?