

De l'expérience mathématique

Essai sur la philosophie des sciences de J. Cavallès

Pierre CASSOU-NOGUES
2001

éd° Vrin
coll. Problèmes & Controverses

21 / 100 AXIOMATISATION & UNITÉ

L'axiomatisation ne fait que manifester l'unité d'une théorie. Celle-ci est sous-jacente et, plutôt, fondement pour la réussite d'une axiomatisation. [La théorie repose sur une unité de conscience.](#) [...]

[...] si les axiomes expriment des opérations, celles-ci sont appuyées, fondées sur les opérations mises en œuvre concrètement dans la théorie naïve. En particulier, [l'unité du système](#), ce qui fait que les axiomes ne sont pas des propositions juxtaposées arbitrairement, [renvoie à l'unité opératoire de la théorie naïve.](#)

83 ABSTRACTION

Les problèmes rencontrés, à l'intérieur même des théories intuitives, obligent les mathématiciens à utiliser des notions et des procédés abstraits, auxquels on ne peut pas trouver de correspondants naturels dans l'expérience sensible. Or l'abstrait, ainsi introduit, n'est pas un appareil technique artificiel, qui pourrait être éliminé. [Les procédés abstraits ouvert de nouveaux champs et, après une sorte de renversement, les champs abstraits acquièrent le primat sur les champs intuitifs. Les champs abstraits réorganisent les champs intuitifs et, mieux, les intuitifs s'intègrent aux champs abstraits.](#) [...] Il existe une double solidarité entre les théories abstraites et les théories intuitives, une liaison de bas en haut, puisque les théories abstraites émergent des théories intuitives, et une liaison de haut en bas, puisque les théories abstraites expliquent et, finalement, situent les théories intuitives.

84-85 FONDEMENT SYMBOLIQUE DE LA MATHÉMATIQUE

La formalisation doit affranchir la mathématique du recours naïf à l'intuition sensible. Jusque là, les objets mathématiques possédaient des corrélats dans l'expérience sensible. Mieux, les objets mathématiques semblaient se donner dans l'expérience sensible. Et, puisqu'ils étaient d'abord fixés, au moyen d'une intuition sensible, les objets semblaient déterminer les opérations qui s'appliquaient à eux. On pouvait dire, par exemple, que le nombre est une collection d'unités ou de choses d'une certaine sorte et que l'addition est la colligation de deux nombres ou de deux collections de choses. Bref, on pouvait déterminer les objets en renvoyant à l'expérience sensible et, ensuite, s'appuyer sur la donnée des objets pour déterminer les opérations. Maintenant, il s'agit d'étendre la mathématique au-delà de l'expérience sensible. On ne peut se référer ni à des objets donnés dans l'expérience sensible, ni, du reste, à des lois de pensée inscrites dans la structure de l'entendement. Si les opérations mathématiques exigent des règles, ces règles, on ne peut les fixer ni en invoquant une intuition sensible des objets, ni en renvoyant aux lois de la pensée (comme les différentes formes du syllogisme). La solution est de considérer un système de symboles et de règles d'emploi. On choisit des symboles pour représenter les opérations et leurs objets. On convient des règles selon lesquelles on peut combiner les symboles, pour constituer une formule (par exemple, $a+b=c$), et modifier les combinaisons obtenues, pour déduire une formule d'une autre (par exemple, si $a+b=c$, alors $b+a=c$). Par là, on détermine les règles que suit l'opération et, de fait, on définit l'opération et ses objets. [Formaliser consiste à définir des opérations sur des objets abstraits en fixant les règles d'emploi d'un système de symboles.](#) [...] « [Si les habitudes mêmes de pensée doivent être abandonnées, le substitut de l'évidence intuitive sera cette évidence sensible particulière que constitue l'aperception des symboles. Les opérations intellectuelles effective sont remplacées par un jeu mécanique dans lequel on a confiance parce qu'on en a donné une fois pour toutes règles](#) »

111 CHOIX DU VOCABULAIRE

« A de nouvelles idées correspondent nécessairement de nouveaux symboles ; nous devons choisir ces derniers [de manière qu'ils nous rappellent les phénomènes qui ont été l'origine des nouvelles idées](#) »

Comme le formule bien Cavailles, « le sens n'est que le mode d'emploi du signe » [...]

[...] *La théorie de la science est une théorie du sens. L'ontologie détermine les modes de sens. La logique détermine les processus et la forme des opérations dans lesquels se constituent les sens.* [...]

[...] L'apprentissage d'une langue par l'enfant est instructif. L'enfant n'apprend pas une théorie de la référence, qui associe un mot et une signification, mais le principe d'une différenciation entre les signes. Les mots se différencient, ils acquièrent des valeurs d'emploi et, alors, la langue commence à prendre sens. **Le sens d'un mot est sa valeur d'emploi dans la langue.** De là, suivent deux conséquences. D'une part, le mot ne signifie que par rapport à d'autres mots, desquels il se différencie, et, finalement, par rapport à la langue en tant que totalité. Nous devons penser la langue comme un système, souple et mobile, de signes et de règles d'emploi sur le fond duquel jouent les mots et les phrases prononcées. D'autre part, **le sens ne peut être isolé du mot.** Puisque le sens est déterminé par l'emploi du mot, il reste lié au mot et ne peut pas être posé à part comme une entité distincte. Le sens et le mot, la pensée et la parole entretiennent un rapport ambigu.