

Pourquoi les mathématiques sont-elles difficiles ?

Lény OUMRAOU
2009

éd° Vuibert
coll. philosophie des sciences

30/32 AUTONOMIE DES OBJETS MATHÉMATIQUES

La possibilité de découvrir des propriétés qui étaient déjà là avant qu'on ne les découvre (comme l'Amérique existait avant qu'on ne la découvre) est depuis longtemps considérée comme un signe fort de la « réalité » des objets mathématiques. Nous parlerons ici plutôt d'**autonomie**, car cette impression de réalité vient de ce que ces objets semblent régis par des lois qui sont **leurs** et non plus nôtres.

[...] c'est que non seulement l'homme produit des objets, mais il produit aussi des objets qui ont leur propre productivité. [...] En cela consiste l'autonomie des contenus objectifs.

[...] Les objets mathématiques [...] sont gouvernés par des lois qui résultent de celles que nous leurs avons expressément données, mais qui ne se confondent pas avec elles.

91 IMPURETÉ NÉCESSAIRE DES PREUVES INDIRECTES

L'impureté reste le prix que doit payer le mathématicien humaine pour ramener la taille des preuves à une longueur humainement praticable. C'est pourquoi en considérant l'introduction de nouveaux concepts comme des constructions auxiliaires, on a un motif très fort de parler de leur *efficacité*.

102 INTRODUCTION : DIRE CE QUE N'EST PAS LA MATHÉMATIQUE

On a l'habitude de dire qu'il n'est ni possible ni souhaitable de définir avec précision l'objet de les buts d'une science, au moment où l'on ne fait qu'en aborder les éléments. Néanmoins, lorsque des conceptions erronées se sont déjà développées à propos de l'objet ou du but de l'étude, **il devient indispensable**, pour prévenir les malentendus, **d'aborder négativement la question de la délimitation du sujet, en précisant non pas ce qu'il est, mais du moins ce qu'il n'est pas.**

103-5 HEURISTIQUE

L'heuristique n'est pas tant l'étude de la manière dont a été résolu un problème, que de la manière dont il **pouvait** l'être.

[...] Ce que Polya souligne, c'est la nécessité de percevoir un *ordre explicable* de la recherche, c'est cet ordre de l'heuristique a pour but de décrire. [...]

Il est vrai que l'on se plaît à dire, avec Pasteur, que « dans le champ de l'observation, le hasard ne favorise que les esprits préparés » (1851).

[note de bas de page] Dans les termes de Reichenbach, on pourrait dire que, paradoxalement, ce n'est pas le contexte de la découverte qui fait l'objet de l'heuristique, mais un contexte *idéal* de découverte.

147 VÉRITÉ MATHÉMATIQUES POUR LES PROFANES

Le non-scientifique peut assurément, par diverses publications, être informé de quelque résultat ou découverte, mais **la connaissance qu'il possédera de ce résultat souffrira d'un moins trois carences** : en premier lieu, il partage avec tous les scientifiques n'ayant pas participé à la découverte la particularité de **ne pas en être l'auteur** ; en second lieu, s'il ne maîtrise pas suffisamment la science concernée pour procéder lui-même à la vérification, il **connaître ce résultat sans véritable le comprendre** (au sens de la compréhension justificationnelle) ; enfin – et ce n'est là qu'une conséquence du point précédent –, la seule « vérification » sur laquelle il pourra se fonder est celle qui consiste à **constater que des revues et des auteurs, auxquels il attribue une autorité en la matière, présentent le résultat comme étant vérifié.**

164-5 ANALYSE-SYNTHESE PAR PAPPUS

« L'analyse est donc la voie qui part de la chose cherchée considérée comme étant concédée, pour aboutir, au moyen des conséquences qui en découlent la synthèse de ce qui a été concédé. En effet, supposant, dans

l'analyse, que la chose cherchée est obtenue, on considère ce qui dérive de cette chose et ce dont est elle précédée, jusqu'à ce que, revenant sur ses pas, on aboutisse à une chose déjà connue ou qui rentre dans l'ordre des principes ; et l'on nomme cette voie l'analyse en tant qu'elle constitue un renversement de la solution. Dans la synthèse, au contraire, supposant la chose finalement perçue par l'analyse comme étant déjà obtenue, et disposant dès lors ses conséquences et ses causes dans leur ordre naturel, puis, les attachant les unes aux autres, on aboutit en dernier ressort à construire la chose cherchée ; et c'est que nous appelons la synthèse » [CM, p. 477]

95 CONSTRUCTION D'UN MODÈLE NON STANDARD DES ENTIERS

On ajoute un symbole de constante et des axiomes disant que cette constante est plus grande que les itérés de 0. Alors, tout sous-ensemble fini de ces axiomes admet un modèle, donc par compacité, il y a un modèle, muni d'une constante plus grande que tous les entiers standard.