# Devoir sur table (évolution)

jeudi 29 septembre 2016

**Solution proposée.**

1. Le taux d'évolution du prix H. T. au prix T. T. C. est précisément le taux de la T. V. A., à savoir $+5,5\%$. Le coefficient multiplicateur associé vaut donc

$$\begin{aligned} CM_{HT\to TTC} &= 1+T\acute{E}_{HT\to TT} \\ &= 1+5.5\% \\ &= 1+0,055 \\ &= 1,055. \end{aligned}$$

Vu par ailleurs l'égalité $CM_{HT\to TTC}\times CM_{TTC\to HT}=1$, on en déduit le coefficient multiplicateur

$$\begin{aligned} CM_{TTC\to HT} &= \frac{1}{CM_{HT\to TTC}} \\ &= \frac{1}{1,055}, \text{ d'où le} \\ \text{prix H. T.} &= CM_{TTC\to HT}\times \text{prix T. T. C.} \\ &= \frac{1}{1,055}\times 140 \text{ EUR} \\ &\simeq 132,70 \text{ EUR} \end{aligned}$$

2. Pour l'augmentation de 12%, le coefficient multiplicateur vaut

$$\begin{aligned} CM_{\text{aug.}} &= 1+T\acute{E}_{\text{aug.}} \\ &= 1+12\% \\ &= 1+0,12 \\ &= 1,12 \end{aligned}$$

et pour la diminution de 13% le coefficient multiplicateur vaut

$$\begin{aligned} & CM_{\text{dim.}} \\ = \ & 1+T\acute{E}_{\text{dim.}} \\ = \ & 1-13\% \\ = \ & 1-0,13 \\ = \ & 0,87. \end{aligned}$$

Le coefficient multiplicateur global vaut donc

$$\begin{aligned} CM_{\text{global}} &= CM_{\text{aug.}}\times CM_{\text{dim.}} \\ &= 1,12\times 0,87 \\ &= 0,9744, \end{aligned}$$

d'où le taux d'évolution global

$$\begin{aligned} T\acute{E}_{\text{global}} &= CM_{\text{global}}-1 \\ &= 0,9744-1 \\ &= -0,0256 \\ &\simeq -0,026 \\ &= -2,6\%. \end{aligned}$$

3. En notant $I$ l'indice cherché, le tableau

| | 1985 | fin 2016 |
|---|---|---|
| prix (en EUR) | 35 | 153 |
| indice base 100 en 1985 | 100 | $I$ |

est de proportionalité, d'où l'indice cherché :

$$\begin{aligned} I &= 100\times\frac{153}{35} \\ &\simeq 437. \end{aligned}$$

4. Le coefficient multiplicateur correspondant à la hausse du niveau de la Loire vaut

$$\begin{aligned} CM_{\text{hausse}} &= 1 + T\acute{E}_{\text{hausse}} \\ &= 1 + 55\% \\ &= 1 + 0,55 \\ &= 1,55. \end{aligned}$$

Notons $c$ le coefficient multiplicateur correspondant à la baisse du niveau de la Loire. On a alors les égalités

$$\begin{aligned} CM_{\text{avant crue}\to\text{après décrue}} &= CM_{\text{hausse}} \times CM_{\text{baisse}} \\ &= 1,55 \times c. \end{aligned}$$

Or le niveau après décrue doit être le *même* qu'avant la crue, donc le coefficient multiplicateur précédent vaut 1, ce qui s'écrit

$$CM_{\text{avant crue}\to\text{après décrue}} = 1, \text{ çàd } 1,55c = 1, \text{ çàd } c = \frac{1}{1,55}, \text{ d'où } c \simeq 0,645.$$

Le taux d'évolution associé vaut donc

$$\begin{aligned} T\acute{E}_{\text{baisse}} &= CM_{\text{baisse}} - 1 \\ &= c - 1 \\ &\simeq 0,645 - 1 \\ &= -0,355 \\ &= -35,5\%. \end{aligned}$$

La Loire doit donc baisser d'environ 35, 5% pour retrouver son niveau initial.

5. On peut prédire que, sur chaque *année*, le coefficient multiplicateur vaudra le coefficient multiplicateur *moyen annuel*. Or ce dernier vaut

$$\begin{aligned} \overline{CM}_{\text{annuel}} &= 1 + \overline{T\acute{E}}_{\text{annuel}} \\ &= 1 + 5\% \\ &= 1 + 0,05 \\ &= 1,05. \end{aligned}$$

Par conséquent, sur deux années à suivre, on peut prédire un coefficient multiplicateur valant

$$\begin{aligned} CM_{2\text{ ans}} &= CM_{1\text{re année}} \times CM_{2\text{e année}} \\ &= \overline{CM}_{\text{annuel}} \times \overline{CM}_{\text{annuel}} \\ &= \left(\overline{CM}_{\text{annuel}}\right)^2 \\ &= 1,05^2 \\ &= 1,1025 \\ &\simeq 1,103. \end{aligned}$$

Le taux d'évolution correspondant cherché vaut donc

$$\begin{aligned} T\acute{E}_{2\text{ ans}} &= CM_{2\text{ ans}} - 1 \\ &\simeq 1,103 - 1 \\ &= 0,103 \\ &= 10,3\%. \end{aligned}$$

6. Le coefficient multiplicateur correspondant à la hausse de la taille des Français entre 1940 et 2000 vaut

$$\begin{aligned} CM_{1940\to2000} &= 1 + T\acute{E}_{1940\to2000} \\ &= 1 + 8\% \\ &= 1 + 0,08 \\ &= 1,08. \end{aligned}$$

Par ailleurs, entre 1940 et 2000, il y a *six* décennies (pas sept ni cinq). Le coefficient multiplicateur moyen cherché vérifie donc les égalités

$$\begin{aligned}
CM_{1940\to2000} &= \left(\overline{CM}_{\text{décennal}}\right)^{\text{nombre de décénnies entre 1940 et 2000}} \\
&= \left(\overline{CM}_{\text{décennal}}\right)^{6}, \\
\text{d'où } \overline{CM}_{\text{décennal}} &= \left(CM_{1940\to2000}\right)^{\frac{1}{6}} \\
&= 1,08^{\frac{1}{6}} \\
&\simeq 1,013.
\end{aligned}$$

Le taux de grandissement moyen cherché vaut donc

$$\begin{aligned}
\overline{T\acute{E}}_{\text{décennal}} &= \overline{CM}_{\text{décennal}} - 1 \\
&\simeq 1 - 1,013 \\
&= 0,013 \\
&= 1,3\%.
\end{aligned}$$