Devoir de rentrée

à rendre le lundi 9 septembre 2013
(non noté, inutile de copier)

La calculatrice est interdite.
Dans les questions 1 à 4, les lettres dans les expressions centrées désignent des nombres.

Toute affirmation doit être justifiée !

1. *Mettre sous la forme la plus simple possible les nombres suivants :*

$$\frac{1}{1} \quad \frac{2}{0} \quad 18\frac{3}{18} \quad \frac{4}{3,5} \quad \frac{-5}{8}-\frac{12}{-7} \quad \frac{-9}{35}\frac{-14}{-27} \quad \frac{\frac{3}{8}-\frac{7}{12}}{\frac{10}{16}} \quad \frac{\frac{\frac{2}{15}}{3}}{\frac{4}{\frac{9}{5}}}$$

$$0^{42} \quad 1^{18} \quad 3^4 \quad (-5)^2 \quad (-6)^3 \quad 42^0 \quad 18^1 \quad \frac{6^4\ 2^3}{4^3\ 3^5} \quad \frac{5^7\ 0\ 13^4}{234^5\ 5^9}$$

$$\sqrt{0} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{9} \quad \sqrt{18} \quad \sqrt{49} \quad \sqrt{75} \quad \sqrt{169} \quad \sqrt{605}$$

$$2a+(a-3)-(a-7) \qquad 5R-(3-(4R-2)) \qquad (-y)^2-\left(-y^2\right).$$

2. *Comparer les paires (ou trio) de nombres suivants :*

$$\frac{1}{17}\ et\ 1,4 \qquad \frac{7}{9}\ et\ \frac{6}{8} \qquad \frac{2}{4}\ et\ \frac{15}{30} \qquad \frac{19}{18}\ et\ 1\ et\ \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{3}\ et\ \frac{7}{4} \qquad \sqrt{20}\ et\ \frac{9}{2} \qquad \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\ et\ 9-4\sqrt{5} \qquad \sqrt{3-2\sqrt{2}}\ et\ \sqrt{2}-1.$$

3. *Développer les écritures suivantes :*

$$2(3t-5) \qquad 2B(5B-4)+7 \qquad 3n(2n-4)-7(n-1) \qquad (2\Delta-3)(4-3\Delta).$$

4. *Factoriser autant que possible les sommes suivantes :*

$$8z-12 \qquad 2x^3-3x \qquad 15o^2-20o \qquad d^4-8d^2+16$$

$$4\gamma^2-9 \qquad 25I^2-30I+9 \qquad (4Z-3)^2-(2Z+2)^2.$$

5. *Soit dans le plan un triangle $LM\Delta$.*
   (a) *On suppose que l'angle $\widehat{L\Delta M}$ est droit et que les longueurs $L\Delta$ et LM valent respectivement* 21 *et* 29. *Calculer $M\Delta$.*
   (b) *On suppose les égalités $ML = 12$, $L\Delta = 6$ et $\Delta M = 7$. Le triangle $LM\Delta$ est-il rectangle ? Si oui préciser le sommet où se situe l'angle droit.*
   (c) *Les longueurs LM, $L\Delta$ et ΔM sont supposées valoir respectivement* 17, 15 *et* 10. *Si cela fait sens, nommer l'hypoténuse du triangle $LM\Delta$.*
   (d) *Soit f et g deux nombres positifs. On suppose les égalités $ML = f^2+g^2$ et $L\Delta = 2fg$. Évaluer la longueur ΔM. Faire le lien avec les questions (a), (b) et (c).*

6. *Soit dans le plan un triangle ABC. Soient β un point sur le segment $[AB]$ et γ un point sur le segment $[AC]$. On suppose les égalités $A\beta = 6$, $\beta B = 2$, $A\gamma = 15$ et $\gamma C = 5$.*
   (a) *On appelle I le point d'intersection des droites (BC) et $(\beta\gamma)$. Calculer la longueur BI. Commenter.*
   (b) *On suppose $BC = 10$. Évaluer $\beta\gamma$.*
   (c) *On suppose $\beta\gamma = 4$. Que vaut BC ? Commenter.*