

Devoir maison (probabilités)

à rendre le jeudi 19 décembre

Paradoxe de Simpson¹. (14 pts) On étudie chez une population l'efficacité d'un médicament. Pour cela, on la compare à celle d'un placebo. Les effectifs des caractères "guéri" et "non guéri" sont indiqués dans les tableaux suivants, répartis selon le sexe de l'individu et son traitement (médicament ou placebo) :

hommes	guéri	non guéri	femmes	guérie	non guérie
médicament	36	24	médicament	4	16
placebo	14	6	placebo	18	42

- (2 pts)** Regrouper dans un seul tableau les effectifs sans distinction de sexe.
- (6 pts)** Pour chacun des trois tableaux précédents, calculer la fréquence de guérison avec médicament et la fréquence de guérison avec placebo.
- (3 pts)** Est-ce que le médicament marche mieux que le placebo pour les hommes ? Pour les femmes ? Pour toute la population ?
- (3 pts)** Commenter ces résultats et votre prise de décision.

Paradoxe de Bertrand. (20 pts) On considère un cercle de rayon 1 que l'on appelle C . On inscrit dans C un triangle équilatéral que l'on appelle T . On appelle L la longueur du côté de T . On appelle O le centre de C et D le disque associé à C . On admet que le rayon du cercle inscrit de T vaut $\frac{1}{2}$.

On s'intéresse à la probabilité (au sens commun) qu'une corde de C "choisie au hasard" ait une longueur supérieure ou égale à L .

- (2 pts)** Faire une figure.
- (5 pts)** On admet qu'une corde est de longueur supérieure ou égale à L ssi son milieu se situe dans le disque inscrit de T .
 - (1 pt)** Faire deux figures illustrant les cas respectifs où la corde tirée est de longueur supérieure (resp. inférieure) ou égale à L .
 - (2 pts)** On choisit de coder une corde par son milieu. Quel univers est-il alors pertinent de choisir ?
 - (2 pts)** On définit la probabilité d'une partie de D par son aire² rapportée à celle de D . Calculer alors la probabilité cherchée.
- (5 pts)** On admet qu'une corde est de longueur supérieure ou égale à L ssi l'angle au centre qu'elle définit est compris entre 120° et 180° .
 - (1 pt)** Faire deux figures illustrant les cas respectifs où la corde tirée est de longueur supérieure (resp. inférieure) ou égale à L .
 - (2 pts)** On choisit de coder une corde par l'angle au sommet qu'elle définit mesuré en degrés. Quel univers est-il alors pertinent de choisir ?
 - (2 pts)** On définit la probabilité d'un intervalle de $[0, 180]$ par sa longueur³ rapportée à celle de $[0, 180]$. Calculer alors la probabilité cherchée.
- (5 pts)** On admet qu'une corde est de longueur supérieure ou égale à L ssi la distance de son milieu à O est inférieure ou égale à $\frac{1}{2}$.
 - (1 pt)** Faire deux figures illustrant les cas respectifs où la corde tirée est de longueur supérieure (resp. inférieure) ou égale à L .
 - (2 pts)** On choisit de coder une corde par la distance à O de son milieu. Quel univers doit-on alors choisir ?
 - (2 pts)** On définit la probabilité d'un intervalle de $[0, 1]$ par sa longueur rapportée à celle de $[0, 1]$. Calculer alors la probabilité cherchée.
- (3 pts)** Comparer les probabilités trouvées et commenter.

¹Un article de *Pour la science* (n°429 juillet 2013) est consacré à ce paradoxe.

²En toute rigueur, toutes les parties n'ont pas forcément une aire mais cette imprécision n'empêche en rien de répondre.

³En toute rigueur, toutes les parties n'ont pas forcément une longueur mais cette imprécision n'empêche en rien de répondre.