Correction d'exercices FMI

Opérations logiques

Correction (1.1, 1.).

(a)

P	Q	$Q \Rightarrow P$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

(b)

P	Q	$P \wedge Q$	$Q \Rightarrow (P \wedge Q)$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \wedge Q))$
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

(c)

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg Q$	$P \Rightarrow \neg Q$	$\neg(P \Rightarrow \neg Q)$	$(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg(P \Rightarrow \neg Q)$
0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1

Correction (1.5).

1. C'est une condition nécessaire. Elle n'est pas suffisante car il faut aussi s'inscrire sur les listes électorales.
2. C'est une condition suffisante. Elle n'est pas nécessaire car on peut compenser certaines matières avec d'autres.
3. C'est une condition suffisante. Elle n'est pas nécessaire car $x = 0$ marche aussi.
4. C'est une condition nécessaire. Elle n'est pas suffisante car $1/2$ est un contre-exemple.
5. C'est une condition nécessaire et suffisante.

Correction (1.4).
On définit les proposition suivantes :
- P : « Don Rodrigue a tué ton père. »
- Q : « Don Rodrigue avait bu. »
- R : « Il faisait nuit. »
- S : « Don Rodrigue chantait. »

On peut alors réécrire les affirmations du roi ainsi :

1. $P \Rightarrow Q \vee R$ est vraie
2. $R \Rightarrow (Q \Rightarrow S)$ est vraie
3. $\neg S$ est vraie
4. il pense en déduire que $\neg P$ est vraie.

La proposition 2 est équivalente à $(R \wedge Q) \Rightarrow S$. Puisque S est faux, on a $\neg(Q \wedge R)$ ce qui est équivalent à $\neg Q \vee \neg R$. On aimerait utiliser la contraposée de la proposition 1, mais pour cela il faut avoir $\neg(Q \vee R)$, c'est-à-dire $\neg Q \wedge \neg R$! Le raisonnement est donc faux : on pourrait avoir, par exemple, $P = 1,\ Q = 0,\ R = 1,\ S = 0$ (qui vérifient toutes les affirmations du roi mais pas sa conclusion).