Extraits des épreuves de sélection suisses

(Corps noir, effet photoélectrique quantité de mouvement et énergie du photon, loi de de Broglie)

2001 Problème 3 (nécessite des connaissances sur la diffraction et interférences)

a) On utilise une tension de 0,4 kV pour accélérer jusqu'à une vitesse v des électrons initialement au repos. Ces électrons se déplacent ensuite sur des trajectoires parallèles en direction d'un écran pourvu de deux fentes séparées par une distance de 0,5 nm. Déterminez l'angle α_1 donnant la direction dans laquelle on trouvera le premier maximum de diffraction secondaire.
b) Considérons des balles de tennis (m = 60 g et v = 30 m/s) lancées contre un écran avec deux fentes. Quelle devrait être la distance entre les deux fentes pour que le premier maximum de diffraction secondaire se trouve dans la même direction que celui trouvé sous a) ? (Si vous n'avez pas trouvé de solution pour la question a), prenez $\alpha 1=10°$.)
c) Comparez et interprétez les résultats trouvés sous a) et sous b).

1999 Question 6

Pour extraire un électron d'un métal, il faut fournir une énergie de 3,5 eV. L'extraction est obtenue en éclairant le métal avec une lumière monochromatique de fréquence f. Calculez

a) la fréquence f_0 au-dessous de laquelle cette extraction est impossible et

b) la longueur d'onde λ_0 de la lumière émise.

1999 Problème III

D'après Nils Bohr on peut déduire les niveaux énergétiques d'un électron se trouvant près d'un noyau atomique avec le numéro atomique Z à partir des hypothèses suivantes :

- L'électron décrit un mouvement circulaire autour du noyau.
- Le périmètre du cercle est un multiple entier de la longueur d'onde $\lambda = h/p$ de de Broglie, p étant la quantité de mouvement.
- La force de Coulomb agit comme force centripète.

a) Montrez que l'énergie de l'électron sur la n-ème orbite est donnée par : $E_n = -\dfrac{e^4 m Z^2}{8n^2h^2\varepsilon_0^2}$

b) Dans l'atome d'hydrogène, de la lumière avec des fréquences bien précises est émise lorsqu'un électron passe d'une orbite avec $n \geq 3$ vers l'orbite avec n = 2. Les lignes spectrales correspondantes forment la *série de Balmer*. On observe en partie les mêmes raies dans le spectre du ion d'hélium He^+. Indiquez pour quelles transitions dans le ion d'hélium on obtient les mêmes raies que les trois raies de la série de Balmer ayant les fréquences les plus basses.

1998 Problème I

Construction d'une ampoule à incandescence

a) Estimez par un calcul la longueur et le diamètre du filament d'une ampoule. Les caractéristiques de cette dernière ainsi que certaines constantes physiques sont énumérées ci-dessous.

b) Lors du calcul précédent vous avez dû (vu l'absence d'informations plus détaillées) partir de l'idée que le filament constitue un *corps noir*. Ceci n'est pas tout à fait correct. Comment cette remarque influence-t-elle alors le résultat final ? (Justifiez brièvement)

c) Énumérez quelques autres omissions ou simplifications que vous avez faites en abordant ce problème.

Grandeurs utiles

Puissance électrique de l'ampoule : P = 60 W   Tension électrique : U = 230 V

Matériau du filament : Tungstène   Résistivité à 20 °C : $\rho_{20} = 5{,}3 \cdot 10^{-8}$ Ωm

Coefficient de température de la résistivité (linéarisé entre 20 °C et 2000 °C) : $\alpha = 6{,}2 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}

Température à la surface du filament lors d'une utilisation normale : $\theta = 2000$ °C

Densité du flux d'énergie J à travers la surface d'un corps noir à la température T

Loi de Stefan-Boltzmann : $J = \sigma \cdot T^4$ Constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Wm^{-2}K^{-4}

1998 question 5

Lorsqu'un atome d'hydrogène retombe du premier état excité dans son état fondamental, il émet un rayonnement d'une longueur d'onde de 121,5 nm. Lorsqu'il retombe du deuxième état excité dans son état fondamental, la longueur d'onde du photon émis est de 102,5 nm.

Calculez la longueur d'onde du photon émis lorsque l'atome retombe du deuxième état excité dans son premier état excité. S'agit-il de lumière visible ?

1997 question 2

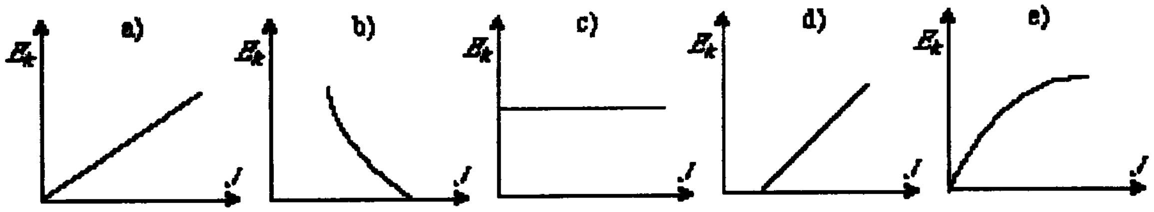
Quelle doit être la vitesse d'un électron dont l'énergie cinétique a la même valeur que l'énergie d'un photon d'une longueur d'onde de 1 nm ?

Constante de Planck : $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js, masse de l'électron : $m_e = 0.91 \cdot 10^{-30}$ kg, $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$

1997 question 3

Une surface métallique propre est placée sous vide. On l'irradie avec une lumière monochromatique d'intensité variable.

Lequel des graphes a), b), c), d) ou e) rend le mieux compte de l'énergie cinétique maximale des électrons arrachés par effet photoélectrique, en fonction de l'intensité I de la lumière incidente ? Justifiez brièvement votre réponse !



1996 Problème I

Lors d'une expérience impliquant l'effet photoélectrique, on observe que pour un rayonnement lumineux d'une longueur d'onde de 500 nm, on a besoin d'une tension de 0,25 V pour freiner les électrons libérés par effet photoélectrique. Lorsqu'on utilise une lumière dont la longueur d'onde vaut 375 nm, la tension de freinage vaut 1,0 V (précision de mesure : 0,1 V).

a) Calculez le rapport h/e (constante de Planck sur charge élémentaire) à l'aide de ces données. Comparez cette valeur avec la valeur communément admise (voir données à la fin du problème) et expliquez d'où provient principalement l'erreur de cette mesure.

b) On n'utilise habituellement que la conservation de l'énergie lorsqu'on aborde l'effet photoélectrique. On aimerait montrer que dans l'expérience suivante on peut sans autre négliger le principe de conservation de la quantité de mouvement : une couche de césium (Cs^{133}) est irradiée par des photons d'une énergie de 2,85 eV; l'énergie d'extraction du césium est de 1,94 eV.

(1) Calculez la quantité de mouvement d'un photon incident et d'un électron arraché, d'énergie maximale.

(2) Considérons que les photons produisent des chocs avec des atomes de césium libres. Déterminez la quantité de mouvement et l'énergie cinétique de l'atome de césium après le choc et justifiez ainsi la manière habituelle de l'utilisation de la conservation de l'énergie lors de l'effet photoélectrique.

constante de Planck: $h = 6{,}626\ 10^{-34}$ Js charge élémentaire : $e = 1{,}602\ 10^{-19}$ C

vitesse de la lumière : $c = 3{,}00\ 10^{8}$ m/s masse de l'électron : $m = 0{,}911\ 10^{-30}$ kg masse du proton: $u = 1{,}66\ 10^{-27}$ kg

Solutions

2001 Problème 3

a) L'énergie potentielle électrique est convertie en énergie cinétique lors de l'accélération :

$$eU = \tfrac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot(1{,}603\cdot10^{-19})\cdot 400}{9{,}11\cdot10^{-31}}} = 11{,}9\cdot10^{6}\ \text{m/s}$$

La relation de de Boglie permet d'associer une longueur d'onde λ aux électrons :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot 11{,}9\cdot10^{6}} = 0{,}611\cdot10^{-10}\ \text{m}$$

Le n-ème maximum de diffraction est donné par :

$$d\cdot\sin\alpha_n = n\lambda \;\Rightarrow\; \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1\cdot\lambda}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{1\cdot(0{,}611\cdot10^{-10})}{0{,}5\cdot10^{-9}}\right) = 7{,}02°$$

b) Cette fois, la relation de de Broglie donne :

$$\lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{h}{m'v'} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{0{,}060\cdot 30} = 3{,}68\cdot10^{-34}\ \text{m}$$

Et le premier maximum de diffraction :

$$d'\cdot\sin\alpha_1 = \lambda' \;\Rightarrow\; d' = \frac{\lambda'}{\sin\alpha_1} = \frac{3{,}68\cdot10^{-34}}{\sin 7{,}02°} = 3{,}01\cdot10^{-33}\ \text{m}$$

1999 Question 6

a) L'énergie d'un photon qui est tout juste capable d'arracher un électron du métal est donnée par : $E_0 = hf_0$. Sa fréquence vaut donc : $f_0 = \frac{E_0}{h} = \frac{3{,}5\cdot 1{,}602\cdot10^{-19}}{6{,}62\cdot10^{-34}} \cong 8{,}46\cdot10^{14}\ \text{Hz}$.

b) $c = \lambda_0\cdot f_0 \;\Rightarrow\; \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3\cdot10^{8}}{8{,}46\cdot10^{14}} \cong 3{,}55\cdot10^{-7}\ \text{m}$.

1999 Problème III

a) On peut exprimer de la manière suivante la condition que le périmètre du cercle est un multiple de la longueur d'onde de de Broglie :

$$2\pi\cdot r_n = n\cdot\lambda \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2\pi\cdot r_n}{n}$$

En partant de la définition la longueur d'onde de de Broglie, il vient : $\lambda = \frac{h}{p} \;\Rightarrow\; p = \frac{h}{\lambda} = \frac{n\cdot h}{2\pi\cdot r_n}$

Exprimons le fait que la force centripète est constituée par la force de Coulomb :

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \;\Rightarrow\; \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} = m_e v^2 = \frac{p^2}{m_e} = \frac{1}{m_e}\left(\frac{nh}{2\pi\cdot r_n}\right)^2 \;\Rightarrow\; r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{m_e\pi Ze^2}$$

L'énergie totale de l'électron est composée de deux parties :

$$E_n = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

$$\Rightarrow \quad E_n = -\frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{m_e\pi Ze^2}{n^2h^2\varepsilon_0} = \frac{Z^2e^4m_e}{8\varepsilon_0^2n^2h^2} = \underbrace{\frac{e^4m_e}{8\varepsilon_0^2h^2}}_{E_{1,\text{H}}}\cdot\frac{Z^2}{n^2} = E_{1,\text{H}}\cdot\frac{Z^2}{n^2}$$

b) La fréquence la plus petite est obtenue avec la différence d'énergie la plus petite : $\Delta E_{m\to n} = E_{1,\text{H}}\cdot Z^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$

Pour l'hydrogène, on a : $Z = 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta E = E_{1,\text{H}}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$

et pour l'hélium : $Z = 2 \quad \Rightarrow \quad \Delta E' = 4E_{1,\text{H}}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{m'^2}\right) = E_1\left(\frac{4}{n'^2} - \frac{4}{m'^2}\right)$

Les conditions $\Delta E = \Delta E'$ et $n = 2$ donnent alors : $\frac{4}{n'^2} - \frac{4}{m'^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} n'^2 = 16 \Rightarrow n' = 4 \\ m'^2 = 4m^2 \Rightarrow m' = 2 \end{cases}$

Les transitions suivantes ont donc les mêmes énergies :

H	$3 \to 2$	$4 \to 2$	$5 \to 2$
He	$6 \to 4$	$8 \to 4$	$10 \to 4$

1998 Problème I

a) Résistance nécessaire : $U = RI,\ P = UI = \frac{U^2}{R} \ \Rightarrow \ R = \frac{U^2}{P}$ Expression pour la résistance : $R_{20} = \rho_{20}\frac{\ell}{A}$ et $R = R_{20}(1 + \alpha\cdot\Delta T)$ Section du filament : $S = \frac{\pi d^2}{4}$, $R = \frac{U^2}{P} = \rho_{20}\frac{4\ell}{\pi d^2}(1 + \alpha\cdot\Delta T)$ **(1)**

La puissance électrique absorbée est égale à la puissance rayonnée (corps noir) ;c omme la surface du filament vaut : $S_f = \pi d\ell$, il vient : $P = S_f J = \pi\cdot d\cdot\ell\cdot\sigma\cdot T^4 \ \Rightarrow \ \ell = \frac{P}{\pi d\sigma T^4}$ **(2)**

En insérant (2) dans (1) on obtient pour d : $d = \sqrt[3]{\frac{4P^2\rho_{20}(1 + \alpha\Delta T)}{\pi^2U^2\sigma T^4}} = \sqrt[3]{\frac{4\cdot 60^2\cdot 5{,}3\cdot 10^{-8}(1 + 6{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 1980)}{\pi^2\cdot 230^2\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 2273^4}}$

$\cong 2{,}34\cdot 10^{-5}\ \text{m} = 0{,}0234\ \text{mm}$

En injectant cette valeur dans (2) on obtient : $\ell = 0{,}53\,\text{m}$.

b) Le filament n'est pas un corps noir, c'est-à-dire qu'il rayonne moins d'énergie qu'indiqué par la loi de Stefan-Boltzmann. Pour rayonner la même puissance, la surface du fil devrait être plus grande. Cependant, on ne peut pas augmenter la longueur sans augmenter le diamètre, sinon la résistance changera. Par conséquent et la longueur et le diamètre doivent être plus grands que prévus ci-dessus.

c) Il y a des pertes d'énergie par conduction thermique et par convection. Le courant est ici continu alors que dans la réalité il est alternatif. Vu que le filament est en forme de (double) spirale, la surface rayonnante est plus petite que celle calculée, etc.

1998 question 5

Lorsqu'un électron tombe du niveau i sur le niveau j, il émet un photon d'énergie $E_{i,j} = h\upsilon_{i,j} = h\frac{c}{\lambda_{i,j}}$. La différence d'énergie entre les niveaux 3 et 2 peut donc s'écrire : $h\frac{c}{\lambda_{3,2}} = E_{3,2} = E_{3,1} - E_{2,1} = h\frac{c}{\lambda_{3,1}} - h\frac{c}{\lambda_{2,1}} \ \Rightarrow \ \lambda_{3,2} = \frac{\lambda_{3,1}\cdot\lambda_{2,1}}{\lambda_{2,1} - \lambda_{3,1}} \cong 657\ \text{nm}$

ce qui correspond à une couleur orange.

1997 question 3

C'est le graphe c) qui est juste. Le fait d'augmenter l'intensité de la lumière élève le nombre le photo-électrons arrachés, mais ne modifie pas leur énergie cinétique maximale qui ne dépend pas de l'intensité. On a : $E_c = E_{\text{ph}} - W_A = hf - W_A$

1997 question 2

Un photon de longueur d'onde λ possède une énergie $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$. L'énergie cinétique d'une particule de masse au repos m_0 vaut $E_c = (\gamma - 1)m_0c^2$. En égalant les deux énergies, on obtient : $\gamma = 1 + \frac{h}{\lambda mc} = 1{,}00243$ Et on trouve :

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 2{,}1 \cdot 10^7 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

N.D.L.R. L'emploi de la mécanique relativiste est superflue ici . Il suffit d'écrire $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda}$ d'où

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda}} = 2{,}1\ 10^7\,\text{ms}^{-1}$$

1996 Problème I

a) La conservation de l'énergie dans l'effet photoélectrique, $E_{\text{cin}} = hf - W_A$ peut se récire :

$$eU_B = \frac{hc}{\lambda} - W_A$$

Nous avons deux mesures qui vont donc nous fournir deux équations à deux inconnues ($\frac{h}{e}$ et W_a). Il vient :

$$U_{B1} - U_{B2} = \frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{e} = \frac{U_{B1} - U_{B2}}{c\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)} \simeq 3.75 \cdot 10^{-15}\,\text{J/A}$$

Les valeurs tabulées pour h et e nous donnent: $\frac{h}{e} \simeq 4.136 \cdot 10^{-15}\,\text{J/A}$. L'écart entre les deux valeurs provient essentiellement de l'incertitude sur la tension...

b) (1) La quantité de mouvement du photon est donnée par:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c} = \ldots = 1.52 \cdot 10^{-27}\,\text{Ns}$$

La quantité de mouvement de l'électron est donnée par $p_e = \sqrt{2mE_{\text{cin}}}$ avec $E_{\text{cin}} = 2.85 - 1.94 = 0.91\,\text{eV}$:

$$p_e = \ldots = 5.14 \cdot 10^{-25}\,\text{Ns}$$

La quantité de mouvement du photon est donc nettement inférieure à celle de l'électron !

(2) La quantité de mouvement totale restant conservée, on doit avoir :

$$\vec{p}_{\text{phot}} = \vec{p}_{\text{el}} + \vec{p}_{\text{at}} \quad \Rightarrow \quad 0 \simeq \vec{p}_{\text{el}} + \vec{p}_{\text{at}} \quad \Rightarrow \quad p_{\text{el}} \simeq p_{\text{at}}$$

L'énergie cinétique de l'atome ($E_{\text{cin}}at$) vaut donc :

$$E_{\text{cinat}} = \frac{p_{\text{at}}^2}{2m_{\text{at}}} = \frac{p_{\text{el}}^2}{2m_{\text{at}}} \simeq 3.8 \cdot 10^{-6}\,\text{eV}$$

ce qui est beaucoup plus petit que l'énergie cinétique de l'électron... On pourra donc sans autre la négliger!