

Exercices de trigonométrie

PCSI 2 Lycée Pasteur

5 septembre 2007

Exercice 1

Calculer les valeurs de $\cos \frac{\pi}{8}$, $\sin \frac{\pi}{8}$, $\tan \frac{\pi}{8}$, ainsi que $\cos \frac{\pi}{24}$, $\sin \frac{\pi}{24}$, $\tan \frac{\pi}{24}$.

Exercice 2

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos(4t) = 0$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $8x^4 - 8x^2 + 1 = 0$.
3. En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\cos \frac{3\pi}{8}$.

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes :

1. $\frac{\sin(2x) + \sin(4x) + \sin(6x)}{1 + \cos(2x) + \cos(4x)}$
2. $\frac{\sin^3 x + \sin x \cos^2 x}{\tan^3 x + \tan x}$

Exercice 4

Montrer que l'expression $3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ est indépendante de x .

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

1. $\tan(2x) = 1$
2. $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\cos(5x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$
4. $\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos \frac{x}{4}$
5. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$
6. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$
7. $\sin(3x) \cos^3 x + \sin^3 x \cos(3x) = \frac{3}{4}$
8. $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$
2. $\sin x - \cos x \leq 1$
3. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 < 0$
4. $\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x \leq \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$
5. $2\sin x \tan x - 3 > 0$

Exercice 7

Le but de l'exercice est d'étudier la fonction $f : x \mapsto \cos(2x) - 2\cos x$.

1. Résoudre l'inéquation $2\cos x - 1 \geq 0$.
2. Étudier la périodicité et la parité de f .
3. Étudier les variations de f .
4. En déduire l'allure de la courbe représentative de f .

Exercice 8

Étudier le plus complètement possible la fonction $g : x \mapsto 3\cos x - 2\sin(2x)$.