Programme de colle n° 5

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 02/11 au 06/11 2026

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtiments corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 4 : Trigonométrie.

- rappels de trigonométrie classique :
  - définition du cercle trigonométrique et des lignes trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) d'un réel à partir du cercle
  - valeurs remarquables des lignes trigonométriques pour les angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ (**on doit être capable de les démontrer à partir de figures géométriques simples)**
  - propriétés de périodicité et symétries des fonctions trigonométriques (en particulier les formules pour $\cos(\pi - x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, ainsi que leurs équivalents pour les autres lignes trigonométriques)
  - formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
  - **formules d'addition**, **formules de duplication** (et **de triplication** pour le cosinus et le sinus), formules de transformation somme-produit
  - exemples de résolutions d'équations trigonométriques, notation $x \equiv \theta[\alpha]$
  - l'expression des lignes trigonométriques en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ n'est **pas** à connaître
- rappels sur les fonctions sin, cos et tan (dérivée, variations, courbes), exemples d'études de fonctions trigonométriques (importance du choix d'un intervalle d'étude pertinent au vu des symétries de la fonction).
- fonctions circulaires réciproques : domaine de définition, **dérivée**, variations, courbe, formule $\arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$, exemples de simplifications d'expressions du type $\cos(\arctan(x))$ et de démonstration d'égalités du type $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \arctan(x)$ par deux méthodes (dérivation brutale, ou utilisation plus subtile de la trigonométrie via un changement de variable).

Chapitre 5 : Primitives.

- Primitives de fonctions continues sur un segment : existence, unicité de la primitive s'annulant en a et expression sous la forme $\int_a^x f(t)\ dt$, notation $[F(t)]_a^b$ pour l'accroissement de F sur le segment $[a, b]$, application au calcul d'intégrales (rien n'a été démontré dans cette partie de cours, on a par contre introduit la notation $\int^x f(t)\ dt$ pour désigner une primitive quelconque d'une fonction f).
- Primitives usuelles (on doit bien sûr être capable de reconnaître du premier coup d'oeil les formes classiques du type $\frac{u'}{u}$ ou $u'e^u$, mais aussi des composées plus compliquées comme $u'u$, voire des choses du genre $\frac{u'}{1+u^2}$).
- **Formule d'intégration par parties**.
- Formule de changement de variable (la formule elle-même est moins importante que la capacité à effectuer correctement un changement de variable), exemples (on évitera de poser des changements de variables peu naturels sans guider les élèves).
- Intégration de fractions rationnelles (on appliquera si besoin une forme simplifiée de la décomposition en éléments simples, sans racines doubles, et on doit être capable de mettre un dénominateur de degré 2 sous forme canonique pour faire apparaitre une arctangente).
- Les propriétés théoriques de l'intégrale n'ont pas été revues pour l'instant, mais on doit bien sûr être au moins capable d'utiliser la linéarité si besoin. Aucune construction théorique de l'intégrale n'a été effectuée, nous traiterons ces aspects dans un chapitre ultérieur.

Prévisions pour la semaine suivante : primitives, équations différentielles.