

# Programme de colle n° 1

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 21/09 au 25/09 2026

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 1 : Logique, ensembles.

- Vocabulaire sur les ensembles :
  - appartenance, inclusion, ensemble vide, description d'un ensemble en extension ou en compréhension, ensembles de nombres  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$
  - opérations sur les ensembles : union, intersection (y compris infinies), complémentaire, propriétés élémentaires (associativité, commutativité, distributivités (on doit savoir démontrer **la distributivité de l'union par rapport à l'intersection**), lois de Morgan sur le passage au complémentaire), produit cartésien
  - ensemble des parties d'un ensemble, notion de partition d'un ensemble
- Manipulation des quantificateurs existentiel et universel (la notation  $\exists!$  a été introduite).
- Propositions mathématiques et connecteurs logiques :
  - valeur de vérité d'une proposition
  - connecteurs logiques « ou », « et » et « non » (les notations  $P \vee Q$ ,  $P \wedge Q$  et  $\neg P$  ont été introduites en cours), utilisation de tables de vérité pour démontrer certaines propositions
  - implications, équivalences, conditions nécessaires et conditions suffisantes, réciproque et contraposée d'une proposition
- Quelques méthodes de démonstration utiles (un exemple a été détaillé à chaque fois) :
  - démonstration par contraposition ou par l'absurde (on doit savoir refaire la **démonstration de l'irrationalité de  $\sqrt{2}$**  par un raisonnement par l'absurde)
  - démonstration par analyse et synthèse (exemple vu en cours : toute fonction réelle peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire)

## Chapitre 2 : Applications, relations.

- Applications :
  - définition de la notion d'application (vue à partir de celle de graphe fonctionnel, mais on évitera d'insister sur cette dernière notion ; je rappelle par ailleurs que le programme

- officiel ne fait aucune distinction entre applications et fonctions), ensemble de définition, images, antécédents, notation  $F^E$  pour l'ensemble des applications de  $E$  dans  $F$
- application identité sur un ensemble  $E$ , fonction caractéristique d'un sous-ensemble, restriction d'une application à un sous-ensemble, prolongements d'une application, composée de deux applications et non commutativité de cette opération
  - applications injectives, surjectives, bijectives, caractérisation via le nombre d'antécédents
  - **stabilité de l'injectivité et de la surjectivité par composition**
  - caractérisation de la bijectivité par l'existence d'une réciproque et définition de la notion de réciproque, formule  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
  - images directe et réciproque de sous-ensembles par une application

On peut éventuellement compléter la colle par un exercice de révision d'analyse de Terminale (le premier devoir surveillé ayant eu lieu le samedi 12 septembre a porté sur ce sujet), en évitant les fonctions trigonométriques.

Prévisions pour la semaine suivante : applications, relations d'équivalence et relations d'ordre, manipulations d'inégalités et de valeurs absolues dans  $\mathbb{R}$ .