

Devoir Maison n° 5 : corrigé

MPSI Lycée Camille Jullian

30 septembre 2026

Une étude de fonction.

On va bien sûr, comme on l'a vu en cours, commencer par poser $g(x) = \frac{x-2}{x^2+x-2}$, et étudier la fonction g . Son dénominateur a pour discriminant $\Delta = 1+8 = 9$ et s'annule en $x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$, donc $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$. Sur cet ensemble, g est dérivable et $g'(x) = \frac{x^2+x-2 - (2x+1)(x-2)}{(x^2+x-2)^2} = \frac{x^2+x-2-2x^2+3x+2}{(x^2+x-2)^2} = \frac{-x^2+4x}{(x^2+x-2)^2} = \frac{x(4-x)}{(x^2+x-2)^2}$. Cette dérivée est du signe de son numérateur (donc positive entre ses racines 0 et 4), et on calcule $g(0) = 1$ et $g(4) = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$. Les limites de g ne posant aucun problème (quotient des termes de plus haut degré pour obtenir 0 en $\pm\infty$), on ne détaillera pas les calculs. Le signe de f change par ailleurs en $x = 2$ (et lors du passage par les valeurs interdites), ce qui permet de dresser le tableau de variations complet suivant :

x	$-\infty$	-2	0	1	2	4	$+\infty$
g	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 1 \rightarrow +\infty$	$+\infty \rightarrow 0 \rightarrow \frac{1}{9} \rightarrow 0$	$-\infty \rightarrow 0 \rightarrow \frac{1}{9} \rightarrow 0$			
f	$0 \rightarrow +\infty$	$+\infty \rightarrow 1 \rightarrow +\infty$	$+\infty \rightarrow 0 \rightarrow \frac{1}{9} \rightarrow 0$	$+\infty \rightarrow 0 \rightarrow \frac{1}{9} \rightarrow 0$			

Il est temps de tracer une jolie courbe pour conclure cette étude :

