

Devoir Maison n° 2

MPSI Lycée Camille Jullian

pour le 9 septembre 2026

Problème : petites énigmes de logique.

1. Première rédaction possible : « en français ». Si l’affiche de la première porte dit vrai, alors celle de la deuxième aussi, ce qui n’est pas possible puisqu’on sait qu’une seule des deux affiches dit la vérité. C’est donc l’affiche de la deuxième porte qui dit vrai, et celle de la première qui ment. Il y a donc une peluche et un hippo derrière les deux portes, mais pas dans le sens indiqué par la première affiche. Autrement dit, on a nécessairement un hippo furieux derrière la porte 1, et une peluche derrière la porte 2. Le prisonnier doit donc choisir la deuxième porte.

Si on veut utiliser des tables de vérité, le plus simple est de gérer les quatre cas possibles selon ce qui se trouve derrière chaque porte, et de noter la valeur de vérité des deux affiches dans chaque cas ($P1$ désigne ce qui se trouve derrière la porte 1, avec H pour l’hippo furieux et P pour la peluche, $A1$ désigne la valeur de vérité de l’affiche de la porte 1) :

P1	P2	A1	A2
H	H	F	F
H	P	F	V
P	H	V	V
P	P	F	F

Le seul cas où exactement une des deux affiches dit vrai est bien celui signalé par la première méthode.

2. Par le raisonnement, si les affiches étaient toutes les deux fausses, la négation de l’affiche de la porte 1 affirmerait que les deux portes mènent à un hippo furieux, et l’affiche de la porte 2 serait donc vraie, ce qui est contradictoire. Les deux affiches disent donc vrai : il y a au moins une peluche, et il y a un hippo furieux derrière la porte 1. Il faut donc choisir à nouveau la porte 2 derrière laquelle se trouve nécessairement une peluche.

Avec une table de vérité similaire à celle de la question 1 :

P1	P2	A1	A2
H	H	F	V
H	P	V	V
P	H	V	F
P	P	V	F

Le seul cas où les deux affiches ont la même valeur de vérité est celui de la deuxième ligne.

3. Si la porte 1 mène à une peluche, l’affiche 1 dit vrai, donc les deux portes mènent à des peluches. Mais dans ce cas, l’affiche 2 dit aussi vrai alors qu’il n’y a pas d’hippo furieux derrière la porte 2, ce qui est impossible. La porte 1 mène donc à un hippo furieux, et les deux affiches disent faux. La porte 2 mène donc à une peluche (sinon l’affiche 2 dirait la vérité), et il faut une fois de plus choisir cette porte.

Cette fois-ci on va faire une table de vérité un peu plus complète en ajoutant une colonne pour « $A1 \Leftrightarrow P$ » et $A2 \Leftrightarrow H$ », les deux conditions imposées par l’énoncé.

P1	P2	A1	A2	A1 $\Leftrightarrow$ P	A2 $\Leftrightarrow$ H
H	H	F	F	V	F
H	P	F	F	V	V
P	H	F	F	F	F
P	P	V	V	V	F

Le seul cas où les deux équivalences sont vraies est donc encore une fois celui de la deuxième ligne.

4. Les deux dernières affiches sont manifestement contradictoires et ne peuvent donc pas être fausses toutes les deux. Puisqu'une seule affiche dit vrai, il s'agit donc de celle de la porte 2 ou de celle de la porte 3, et celle de la porte 1 ment donc. C'est une information suffisante pour savoir qu'il y a une peluche derrière la porte 1 et qu'il faut donc choisir cette porte.

Ici, la table de vérité complique plutôt les choses puisqu'il faut désormais huit lignes pour gérer tous les cas :

P1	P2	P3	A1	A2	A3
H	H	H	V	F	V
H	H	P	V	F	V
H	P	H	V	V	F
H	P	P	V	V	F
P	H	H	F	F	V
P	H	P	F	F	V
P	P	H	F	V	F
P	P	P	F	V	F

Il y a pas moins de quatre lignes pour lesquelles exactement une affiche dit vrai (les quatre dernières), mais une seule d'entre elles satisfait la condition supplémentaire que deux portes doivent mener à un hippopotame (on aurait aussi pu se restreindre à ces cas-là dès le départ). Dans tous les cas, ça prouve qu'il faut choisir la porte 1.

5. S'il n'y a rien derrière la porte 3, alors l'affiche de la porte 1 dit vrai (elle mène nécessairement à la peluche ou à l'hippo puisque la porte vide est la 3), et la peluche se trouve derrière la porte 1 (dans ce cas l'hippo est derrière la porte 2, qui ment donc, tout est cohérent. S'il n'y a pas rien derrière la porte 3, celle-ci ment et mène donc nécessairement à l'hippo furieux. Dans ce cas, l'affiche de la porte 2 ment, et elle ne peut donc pas mener à la peluche, qui se trouve à nouveau derrière la porte 1 (même si en l'occurrence ce cas est impossible puisque la porte 1 ment). Il faut choisir la première porte.

Pour la table de vérité, on ne va considérer que les six cas (3! permutations) avec exactement une porte menant à une peluche, une autre à un hippo et la troisième à rien du tout (noté *R*). On ajoute à la fin deux colonnes pour le fait que la porte menant à la peluche dise vrai, et que la porte menant à l'hippo mente.

P1	P2	P3	A1	A2	A3	P=V	H=F
H	P	R	V	V	V	V	F
H	R	P	F	V	F	F	V
P	H	R	V	F	V	V	V
P	R	H	F	F	F	F	V
R	H	P	F	F	F	F	V
P	P	H	F	F	F	F	V

Il y a un seul cas où les dernières conditions sont vraies, et la peluche se trouve comme annoncé derrière la porte 1.