Devoir Maison n° 11

MPSI Lycée Camille Jullian

pour le 25 novembre 2026

Un calcul de somme.

On pose dans cet exercice $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{2k-1}{k^3+3k^2+2k}$, pour tout entier $n \geqslant 1$.

1. Effectuer la décomposition en éléments simples de la fraction $\frac{2k-1}{k^3+3k^2+2k}$.
2. En déduire une formule explicite pour S_n à l'aide d'un télescopage.
3. Redémontrer la formule précédente par récurrence (**sans** faire des calculs immondes, ce n'est pas nécessaire).