

# Programme de colle n° 1

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 15/09 au 19/09 2025

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 1 : Logique, ensembles.

- Vocabulaire sur les ensembles :
  - appartenance, inclusion, ensemble vide, description d'un ensemble en extension ou en compréhension, ensembles de nombres  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$
  - opérations sur les ensembles : union, intersection (y compris infinies), complémentaire, propriétés élémentaires (associativité, commutativité, distributivités (on doit savoir démontrer **la distributivité de l'union par rapport à l'intersection**), lois de Morgan sur le passage au complémentaire), produit cartésien
  - ensemble des parties d'un ensemble, notion de partition d'un ensemble
- Manipulation des quantificateurs existentiel et universel (la notation  $\exists!$  a été introduite).
- Propositions mathématiques et connecteurs logiques :
  - valeur de vérité d'une proposition
  - connecteurs logiques « ou », « et » et « non » (les notations  $P \vee Q$ ,  $P \wedge Q$  et  $\neg P$  ont été introduites en cours), utilisation de tables de vérité pour démontrer certaines propositions
  - implications, équivalences, conditions nécessaires et conditions suffisantes, réciproque et contraposée d'une proposition
- Quelques méthodes de démonstration utiles (un exemple a été détaillé à chaque fois) :
  - démonstration par contraposition ou par l'absurde (on doit savoir refaire la **démonstration de l'irrationalité de  $\sqrt{2}$**  par un raisonnement par l'absurde)
  - démonstration par analyse et synthèse (exemple vu en cours : toute fonction réelle peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire)

On peut compléter la colle par un exercice de révision d'analyse de Terminale (le premier devoir surveillé ayant lieu le samedi 13 septembre portera en grande partie sur ce sujet), en évitant les fonctions trigonométriques.

Prévisions pour la semaine suivante : applications (notamment injections, surjections, bijections), relations d'équivalence et relations d'ordre, manipulations d'inégalités et de valeurs absolues dans  $\mathbb{R}$ .