

Programme de colle n° 2

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 23/09 au 27/09 2024

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 2 : Applications, relations.

- Applications :
 - définition de la notion d'application (vue à partir de celle de graphe fonctionnel, mais on évitera d'insister sur cette dernière notion ; je rappelle par ailleurs que le programme officiel ne fait aucune distinction entre applications et fonctions), ensemble de définition, images, antécédents, notation F^E pour l'ensemble des applications de E dans F
 - application identité sur un ensemble E , fonction indicatrice d'un sous-ensemble, restriction d'une application à un sous-ensemble, prolongements d'une application (un exemple de prolongement par continuité a été donné, mais la notion sera bien sûr revue de façon plus systématique dans le chapitre consacré à la continuité), composée de deux applications et non commutativité de cette opération
 - applications injectives, surjectives, bijectives, caractérisation via le nombre d'antécédents
 - **stabilité de l'injectivité et de la surjectivité par composition**
 - caractérisation de la bijectivité par l'existence d'une réciproque et définition de la notion de réciproque, formule $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
 - images directe et réciproque de sous-ensembles par une application
- Relations d'ordre et relations d'équivalence :
 - définition de la notion de relation binaire sur un ensemble, vocabulaire associé (réflexivité, symétrie ou antisymétrie, transitivité, relations d'ordre totales)
 - définition et exemples de relations d'ordre, vocabulaire associé (majorant/minorant, sous-ensemble borné, maximum/minimum, borne supérieure/inférieure d'un sous-ensemble).
 - définition et exemples de relations d'équivalence, classe d'équivalence d'un élément et partition de l'ensemble en classes d'équivalences.
- Méthodes de calcul sur les nombres réels :
 - ordre naturel sur $\mathbb{R}$, existence d'une borne supérieure (ou inférieure) pour un sous-ensemble non vide et majoré (minoré) de $\mathbb{R}$, **caractérisation de la borne supérieure**.
 - règles de calcul sur les manipulations d'inégalités et d'encadrements, utilisation de tableaux de signes
 - rappels sur les identités remarquables (y compris $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ et la factorisation de $a^3 - b^3$, par contre la formule du binôme de Newton générale n'est pas encore à connaître pour l'instant), sur le signe d'un trinôme du second degré, et sur la factorisation d'un polynôme

- de degré supérieur admettant une racine évidente (les deux méthodes de factorisation, par division euclidienne ou par identification des coefficients, sont acceptées)
- valeurs absolues : définition comme distance entre x et 0, résolution d'équations du type $|x - a| = b$ ou $|a(x)| = |b(x)|$ et d'inéquations du type $|x - a| \geq b$ ou $|x - a| \leq b$, propriétés élémentaires de la valeur absolue (notamment l'inégalité triangulaire), utilisation de « tableaux de signes » pour la résolution d'équations ou inéquations plus complexes, représentation graphique de la fonction valeur absolue, étude d'une fonction définie par une équation du type $f(x) = |g(x)|$

Prévisions pour la semaine suivante : début du chapitre 3, consacré aux généralités sur les fonctions (parité, monotonie, formulaire de dérivation, théorème de la bijection) et aux fonctions usuelles (sans les fonctions trigonométriques qui feront l'objet du chapitre suivant).