

Programme de colle n° 14

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 13/01 au 17/01 2025

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 10 : Continuité.

- Limites de fonctions :
 - définition des différents types de limites, règles de calcul, composition de limites
 - limites à gauche et à droite, existence de ces limites pour les fonctions monotones
 - caractérisation séquentielle de la limite (notamment utilisée pour prouver qu'une fonction du type $x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ n'admet pas de limite en 0)
- Définition de la continuité en un point et sur un intervalle, stabilité par les différentes opérations usuelles, continuité à droite et à gauche, fonctions Lipschitziennes.
- **Théorème des valeurs intermédiaires** et conséquences (théorème de la bijection, théorème du maximum, toute fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone)
- Méthode de dichotomie pour la détermination d'une valeur approchée d'une solution d'équation de la forme $f(x) = 0$ quand f est continue.
- Exemples d'étude de suites implicites. Aucun théorème spécifique à ce sujet, mais pour une suite définie par une condition du type $f_n(u_n) = 0$, on doit savoir :
 - majorer ou minorer la suite par un réel en calculant l'image de ce réel par f_n
 - étudier la monotonie de la suite en passant par le signe de $f_n(u_{n+1})$
 - passer l'équation de définition de la suite à la limite pour obtenir la limite de la suite implicite, en exploitant éventuellement un raisonnement par l'absurde

Chapitre 11 : Calcul matriciel.

- Calcul matriciel élémentaire :
 - définition des matrices et notation des ensembles de matrices $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, vocabulaire de base (taille d'une matrice, matrices carrées, diagonales, triangulaires, matrices nulles, matrices identité I_n)
 - somme de matrices, produit d'une matrice par une constante, combinaisons linéaires de matrices, produit matriciel, propriétés (à savoir démontrer : **le produit d'une matrice**

A par une matrice identité de taille compatible est égal à A)

- transposition, matrices symétriques et antisymétriques
- puissances d'une matrice carrée, exemples de calculs de puissances à l'aide de suites récurrentes (typiquement en partant d'une relation du type $A^2 = aA + bI_3$), matrices nilpotentes, formule du binôme de Newton matricielle et exemples
- PAS de calculs d'inverses pour cette semaine, ce sera pour la prochaine fois.

Prévisions pour la semaine suivante : calcul matriciel (avec les inverses).