

Devoir de rentrée

MPSI Lycée Camille Jullian

4 septembre 2023

Ce devoir est destiné à tester votre connaissance du programme de Terminale (essentiellement du programme de Spécialité). Le principe en est très simple : 20 questions, 20 points, un point par question. Attention toutefois : une question non traitée rapporte évidemment 0 point, mais une question traitée incorrectement **enlève un demi-point**, histoire de vous habituer à avoir confiance en vous quand vous faites un calcul.

1. Simplifier au maximum $\frac{(2\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+2)}{3\sqrt{2}-1}$.
2. Un digicode est constitué de trois chiffres compris entre 1 et 5, suivis de deux lettres. Les trois chiffres sont nécessairement distincts. Les lettres peuvent prendre la valeur A , B ou C , et on a le droit d'avoir deux fois la même lettre. Combien de digicodes différents sont possibles ?
3. Donner l'énoncé précis du théorème des valeurs intermédiaires.
4. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x^4}$.
5. Écrire sous forme algébrique le nombre complexe $z = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$.
6. Donner une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $f : x \mapsto \frac{2x+1}{x^2+x-1}$.
7. Simplifier au maximum l'expression $\frac{\sqrt{1296}}{3\sqrt{48}}$.
8. Donner une équation du plan (dans \mathbb{R}^3) de vecteur normal $\vec{u}(1, 2, 3)$ et passant par le point $A(-1, 2, 1)$.
9. On lance quatre fois de suite une pièce ayant une probabilité $\frac{2}{3}$ de tomber sur Pile. Quelle est la probabilité d'obtenir trois fois Pile et une fois Face lors de ces quatre lancers ?

10. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(e^{-x})}{\ln(x)}$.
11. Simplifier au maximum l'expression suivante : $\ln(72^3) - \ln(36^2)$ (on veut une réponse de la forme $a \ln(2) + b \ln(3)$, où a et b sont entiers).
12. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.
13. Calculer $\int_1^2 x \ln(x) dx$ à l'aide d'une intégration par parties.
14. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x^2}{e^x}\right)$.
15. Rappeler la définition des termes suivants pour une fonction réelle : point d'inflexion, fonction concave.
16. Une urne contient deux boules blanches et quatre boules noires. On tire successivement sans remise deux boules dans cette urne. Quelle est la probabilité que la deuxième boule tirée soit noire ?
17. Donner la valeur de $\sin\left(\frac{88}{3}\pi\right)$
18. Calculer $\int_0^1 2x^2 - 1 dx$.
19. Rappeler l'énoncé de la relation de Pascal sur les coefficients binomiaux.
20. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{2x - 1}{x + 2} < 3$.