

Programme de colle n° 8

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 20/11 au 24/11 2023

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 6 : Techniques de calcul algébrique.

- démonstration par récurrence et variations (récurrence double, récurrence forte).
- sommes finies :
 - notation \sum , règles de calcul (linéarité, relation de Chasles, changement d'indice)
 - **calcul des sommes classiques** $\sum_{i=0}^n i$, $\sum_{i=0}^n i^2$, $\sum_{i=0}^n i^3$, $\sum_{i=0}^n q^i$
 - exemples de calculs de sommes télescopiques (comme pour les intégrales dans le chapitre précédent, on s'appuiera si besoin sur une version simplifiée du théorème de décomposition en éléments simples, avec des racines réelles simples au dénominateur).
 - exemples de calculs de sommes doubles, du type $\sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{ij}$ ou $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{ij}$ (l'écriture sous forme de deux calculs de sommes imbriqués doit être absolument maîtrisé, sans erreur sur la gestion des indices, dans un sens comme dans l'autre).
- produits finis : notation, règles de calcul, factorielle d'un nombre entier naturel.
- coefficients binômiaux $\binom{n}{k}$:
 - définition comme quotients de factorielles (on a évoqué la vision combinatoire du nombre de parties à k éléments dans un ensemble à n éléments, mais aucune interprétation combinatoire n'est exigible)
 - formules classiques : **symétrie des coefficients binômiaux**, **formule** $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$, **relation de Pascal** (démonstration purement calculatoires, même si on a évoqué l'interprétation combinatoire de la relation de Pascal).
 - triangle de Pascal
 - **formule du binôme de Newton** (démonstration effectuée par récurrence)
 - formule $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$, factorisation de $a^n - b^n$ sous la forme $(a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$

Prévisions pour la semaine suivante : même programme, avec résolution de petits systèmes linéaires en complément, et début du chapitre sur les suites.