

Programme de colle n° 21

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 18/03 au 22/03 2024

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 17 : Analyse asymptotique.

- Négligeabilité et équivalence :
 - définition pour les suites (sous la forme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 1$), notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$
 - manipulations et règles de calcul (produits et quotients, passage des équivalents à une puissance quelconque, équivalence entre $u_n \sim v_n$ et $u_n = v_n + o(v_n)$, on a bien sûr insisté sur l'interdiction d'additionner des équivalents ou de les composer par d'autres fonctions que les fonctions puissances), on autorise les abus de notation du type « $o(v_n) + o(v_n) = o(v_n)$ »
 - extension aux fonctions réelles
 - croissances comparées, équivalents classiques issus de taux d'accroissements ($\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$)
- Développements limités :
 - formule de Taylor-Young (le principe de la preuve doit être connu, mais on évitera de demander le détail technique)
 - vocabulaire (partie régulière d'un DL) et notations
 - parité de la partie régulière du DL d'une fonction paire ou impaire
 - formulaire de DL usuels à connaître par coeur : e^x , $\text{ch}(x)$, $\text{sh}(x)$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ (on doit en particulier connaître par coeur les premiers termes du DL de $\sqrt{1+x}$)
 - méthodes de calcul d'un produit, quotient, composée de DL (on autorise les notations légèrement abusives consistant à écrire directement des o dans les composées), intégration ou dérivation de DL
 - formulaire de DL à savoir retrouver rapidement : $\tan(x)$ (les trois premiers termes doivent être connus), $\arctan(x)$, $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$
- Applications classiques des calculs de DL :
 - calculs de limites (suites ou fonctions), on doit être capable de choisir l'ordre du DL en anticipant le calcul pour ne pas faire de calculs complexes inutilement
 - étude locale de fonction (existence de tangente et position relative de la courbe et de la tangente en 0, existence d'asymptotes obliques et position relative en $\pm\infty$)

— développements asymptotiques de suites implicites

Prévisions pour la semaine suivante : début des espaces vectoriels.