

# Interrogation Écrite n° 3

MPSI Lycée Camille Jullian

30 novembre 2023

## Énoncé :

1. Écrire correctement avec des quantificateurs la définition de « La suite  $(u_n)$  converge vers  $l$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$  ».

2. Calculer la somme double  $S_n = \sum_{1 \leq i, j \leq n} (i + j)^2$ . On donnera bien sûr le résultat sous la forme la plus factorisée possible.

3. Résoudre le système suivant (c'est un système de Cramer) :

$$\begin{cases} 2x & - & 3y & + & 2z & = & 1 \\ 3x & + & y & - & z & = & 6 \\ -4x & + & y & - & 2z & = & -2 \end{cases}$$

4. On considère une suite  $(u_n)$  vérifiant les conditions suivantes :  $u_0 = 4$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$ . Déterminer l'expression explicite de  $u_n$  en fonction de  $n$ , puis calculer la somme partielle  $\sum_{k=0}^n u_k$ .

5. Déterminer l'expression explicite de la suite  $(u_n)$  vérifiant  $u_0 = -1$ ,  $u_1 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $2u_{n+2} = 5u_{n+1} - 2u_n$

6. Calculer la somme  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{2}{k^3 + 4k^2 + 3k}$ .