

## Exercice à travailler n° 8

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 23 novembre 2020

### Une équation différentielle, avec tracé de courbe intégrale.

On cherche dans cet exercice à résoudre l'équation différentielle  $(E) : x(1+\ln^2(x))y' + 2\ln(x)y = 1$ .

1. Quel intervalle de résolution va-t-on choisir ?
2. Déterminer les solutions de l'équation homogène associée à l'équation  $(E)$  (aucun calcul technique n'est normalement nécessaire).
3. Déterminer une solution particulière de l'équation  $(E)$  à l'aide de la méthode de variation de la constante.
4. En déduire toutes les solutions de l'équation  $(E)$ .
5. Déterminer les limites de toutes les fonctions solutions aux bornes de l'intervalle de résolution.
6. Déterminer l'unique solution de  $(E)$  vérifiant la condition initiale  $y(1) = 1$ .
7. Étudier le plus complètement possible la solution obtenue à la question précédente, et tracer sa courbe représentative.