

Exercice à travailler n° 4

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 5 octobre 2020

Deux exercices pour le prix d'un.

Les deux questions sont complètement indépendantes.

1. Étudier le plus complètement possible la fonction $f : x \mapsto x^{-\ln(x)}$. On tracera bien sûr une allure de la courbe représentative de f pour terminer l'étude.
2. On cherche à déterminer le point le plus proche de l'origine sur la courbe de la fonction exponentielle. Pour cela on commence par poser $g(x) = x + e^{2x}$.
 - (a) Étudier rapidement le signe de la fonction g (on ne cherchera **pas** à déterminer la valeur exacte de x tel que $g(x) = 0$).
 - (b) Calculer le carré de la distance à l'origine d'un point appartenant à la courbe représentative de l'exponentielle. Montrer qu'il existe un unique point M de la courbe pour lequel ce carré est minimal (on devrait utiliser les résultats de la question précédente).
 - (c) Bonus : montrer que la tangente à la courbe de l'exponentielle au point M est orthogonale à la droite (OM) .