

Exercice de la semaine n°27

PTSI B Lycée Eiffel

15 juin 2021

Un exercice inspiré de la vie réelle.

Un élève désespéré par son incapacité à résoudre le moindre exercice de mathématiques décide de se préparer un petit cocktail pour se donner du coeur à l'ouvrage. Il dispose pour cela des ingrédients suivants :

- quatre boissons alcoolisées regroupées dans une catégorie ultérieurement dénommée *hards* : du whisky, du rhum, de la vodka et de la tequila.
- six ingrédients moins alcoolisés regroupés dans la catégorie *softs* : coca, jus d'orange, sirop de grenadine, limonade, jus de cèleri bio, Kinder Bueno ©.

Pour constituer son terrible breuvage¹, l'étudiant procède comme suit : il parcourt un à un la liste de tous les ingrédients puis :

- si c'est un *hard*, il lance une pièce (équilibrée) et ajoute cet ingrédient à sa boisson si la pièce tombe sur Pile.
- si c'est un *soft*, il lance **deux fois** la pièce et n'ajoute l'ingrédient que s'il tombe deux fois sur Pile (l'étudiant étant légèrement allergique aux vitamines, il préfère ne pas prendre trop de risques pour sa santé).

La gestion des quantités à mettre de chaque ingrédient sélectionné pour aboutir au délicat équilibre gustatif du mélange fera l'objet d'un autre problème (ou pas), il est déjà suffisamment difficile d'obtenir un produit dont la couleur ne ressemble pas à celle d'un médicament périmé. On note en tout cas X le nombre de *softs* et Y le nombre de *hards* qui ont contribué à créer l'odeur nauséabonde se diffusant désormais dans la chambre de l'étudiant.

1. Quelle est la loi de X ? Et celle de Y ? Tant que vous y êtes, donnez donc aussi leur espérance et leur variance.
2. Déterminer la loi conjointe du couple (X, Y) . Les variables sont-elle indépendantes ? Est-ce étonnant ?
3. On note $Z = X + Y$ le nombre total d'ingrédients utilisés. Donner la loi de la variable Z . S'agit-il d'une loi usuelle ?
4. (question facultative) Déterminer la probabilité que le cocktail créé ait aussi bon goût que celui (inattaquable) de M.Lafon en matière musicale.

1. Expérience à ne pas tenter seul à la maison, l'abus d'alcool est dangereux pour la santé. De plus, il a été démontré tout à fait scientifiquement que l'efficacité dudit breuvage pour améliorer ses performances en mathématiques est aussi ridiculement faible que celle de la chloroquine pour combattre le COVID-19.