

Exercice à travailler n° 18

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 15 mars 2021

Une banale suite d'intégrales.

On pose, pour tout entier naturel n , $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} x^n \sin(3x) dx$.

1. Calculer les valeurs de I_0 , I_1 et I_2 .
2. À l'aide de deux intégrations par parties successives, déterminer une relation de récurrence entre I_{n+2} et I_n .
3. En déduire des expressions explicites de I_3 et de I_4 (oui c'est un peu moche).
4. Montrer que la suite (I_n) est monotone, et en déduire sa convergence.
5. Majorer intelligemment I_n pour déterminer sa limite.