

# Exercice à travailler n° 11

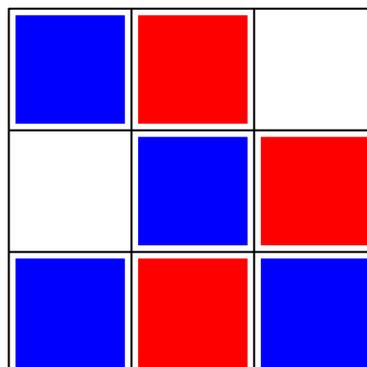
PTSI B Lycée Eiffel

pour le 14 décembre 2020

## Un classique immarcessible<sup>1</sup> du dénombrement.

On souhaite colorier une grille de morpion (trois lignes, trois colonnes, neuf cases au total) en utilisant uniquement du bleu et du rouge. Chaque case peut soit être coloriée dans une de ces deux couleurs, soit rester blanche. Il est d'ailleurs tout à fait autorisé de ne rien colorier du tout et de laisser la grille entièrement blanche. On pourra effectuer les applications numériques (à la calculatrice) si on le souhaite pour se donner une idée des ordres de grandeur.

1. Combien de coloriages différents peut-on faire au total ?
2. De combien de façons peut-on colorier la grille en ne laissant aucune case blanche ?
3. Combien de coloriages peut-on effectuer en coloriant exactement cinq cases en rouge ?
4. De combien de façons peut-on colorier la grille en ayant exactement trois cases de chaque couleur (le blanc étant ici considéré comme une couleur) ?
5. Combien de coloriages pour lesquels on aura exactement autant de cases rouges que de cases bleues ?
6. Combien de coloriages où il y a exactement une case bleue et une case rouge sur chaque ligne ?
7. Dénombrer les coloriages pour lesquels la couleur bleue est strictement majoritaire (il doit donc y avoir strictement plus de cases bleues que de cases rouges, et strictement plus de cases bleues que de cases blanches).
8. Question bonus pénible : combien de coloriages pour lesquels deux cases adjacentes (ayant un côté en commun et pas seulement un coin) ne sont jamais de la même couleur (le blanc étant ici encore considéré comme une couleur) ?



---

1. spéciale décidace à Battista pour ce mot contenant beaucoup trop de syllabes pour être connu par des élèves de PTSI