

# Programme de colle n° 8

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 07/12 au 11/12 2020

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 5 : Nombres complexes.

- Structure de l'ensemble  $\mathbb{C}$  :
  - forme algébrique, parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe
  - identification de  $\mathbb{C}$  avec le plan  $\mathbb{R}^2$ , image d'un nombre complexe dans le plan, affixe complexe d'un point du plan
  - somme, produit de deux nombres complexes, conjugué, module d'un nombre complexe et propriétés élémentaires, interprétation géométrique de la conjugaison et du module
  - inégalité triangulaire  $||z| - |z'|| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'|$  (la **démonstration** de l'inégalité de droite peut être demandée)
  - équations de cercles (on doit être capable de reconnaître un cercle à partir de n'importe quelle forme de son équation)
  - écriture exponentielle des nombres complexes de module 1, argument d'un nombre complexe, propriétés de l'argument
- Applications du calcul complexe en trigonométrie :
  - formules d'Euler, formule de Moivre
  - calcul de  $\cos(nx)$  ou  $\sin(nx)$  en fonction des puissances de  $\cos(x)$  et  $\sin(x)$
  - linéarisation de  $\cos^n(x)$  et  $\sin^n(x)$  (on rappelle que la formule du binôme de Newton n'a pas encore été revue, mais les élèves doivent être capables d'en calculer les coefficients à l'aide du triangle de Pascal si besoin)
  - factorisation par l'angle moitié pour obtenir la forme exponentielle d'expressions du type  $1 + e^{i\theta}$  et  $1 - e^{i\theta}$
- Résolution des équations du second degré à coefficients complexes (via calcul d'une racine carrée de  $\Delta$  sous forme algébrique).
- Racine  $n$ -èmes de nombres complexes :
  - racines  $n$ -èmes de l'unité : **formule explicite**, interprétation géométrique (on doit savoir que les racines  $n$ -èmes forment un polygone régulier centré en l'origine), nullité de la somme des racines  $n$ -èmes
  - calcul des racines  $n$ -èmes d'un nombre complexe sous forme exponentielle
- Étude de quelques fonctions complexes, prétexte à questions d'interprétation géométrique (du style « Déterminer les nombres complexes  $z$  pour lesquels  $f(z) \in i\mathbb{R}$  » pour obtenir une équation de cercle)

- Application des nombres complexes à la géométrie :
  - affixe complexe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment et d'un centre de gravité de triangle
  - écriture complexe des translations, rotations, homothéties, symétries par rapport aux axes du repère
  - classification des isométries et similitudes du plan à l'aide des nombres complexes (on doit être capable, à partir de l'expression explicite d'une similitude, de déterminer son type, et le cas échéant son centre, son angle et son rapport)

Prévisions pour la semaine suivante : complexes, peut-être un peu de dénombrement en cadeau de Noël si vous êtes sages.