

Programme de colle n° 23

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 17/05 au 21/05 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 16 : Probabilités

Rappel : seules les probabilités sur un univers **fini** sont au programme en première année.

- Vocabulaire général : expérience aléatoire, univers Ω des résultats possibles, évènements (événement certain ou impossible, évènements incompatibles, système complet d'évènements), loi de probabilité sur un univers Ω (application vérifiant $P(\Omega) = 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ quand A et B sont disjoints), espace probabilisé (Ω, P) .
- Propriétés élémentaires : $P(\emptyset) = 0$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (la formule de Poincaré générale n'est pas à savoir formuler, mais doit pouvoir être retrouvée très rapidement pour une union de trois ou quatre évènements), $\sum P(A_i) = 1$ si les A_i forment un système complet d'évènements.
- Notion d'équiprobabilité et formule $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ dans le cas d'équiprobabilité.
- Probabilités conditionnelles :
 - définition et notation (la notation $P_A(B)$ a systématiquement été employée dans le cours)
 - théorèmes faisant intervenir les probabilités conditionnelles : formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
 - quelques exemples faisant intervenir des chaînes de Markov ont été étudiés mais aucune connaissance théorique sur le sujet n'est exigible (ce qui n'interdit bien évidemment pas de poser des exercices de ce type)
 - indépendance de deux évènements, indépendance mutuelle d'un ensemble d'au moins trois évènements

Chapitre 17 : Variables aléatoires

- Vocabulaire général : variable aléatoire réelle, ensemble $X(\Omega)$ des valeurs prises par la variable X , loi d'une variable aléatoire (qui sera par défaut présentée sous forme de tableau puisqu'on travaillera toujours sur un univers fini), opérations élémentaires sur les variables aléatoires (somme, max, min, élévation au carré).
- Moments d'une variable aléatoire :
 - espérance $E(X) = \sum_{k \in X(\Omega)} kP(X = k)$, linéarité de l'espérance, positivité de l'espérance d'une variable à valeurs positives, variable aléatoire centrée.
 - variance $V(X) = E((X - E(X))^2)$, positivité de la variance, formule $V(aX + b) = a^2V(X)$, formule de König-Huygens $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (qyu devra être utilisée de façon automatique pour les calculs de variance), variable aléatoire réduite, définition de l'écart-type $\sigma(X)$.
 - inégalité de Bienaymé-Tchebychev (je la cite par principe mais absolument aucun exemple ou exercice n'a été traité)
- Lois usuelles :
 - loi uniforme à valeurs dans $\{1, 2, \dots, n\}$, **espérance et variance**
 - loi de Bernoulli de paramètre p
 - loi binômiale de paramètre (n, p) , **espérance** (calculée brutalement à coup de binôme de Newton) et variance

Prévisions pour la prochaine semaine de colles (dans 15 jours) : applications linéaires.