

Programme de colle n° 22

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 10/05 au 12/05 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 15 : Analyse asymptotique.

- Négligeabilité et équivalence :
 - définition pour les suites (sous la forme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 1$), notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$
 - manipulations et règles de calcul (produits et quotients, passage des équivalents à une puissance quelconque, équivalence entre $u_n \sim v_n$ et $u_n = v_n + o(v_n)$, on a bien sûr insisté sur l'interdiction d'additionner des équivalents ou de les composer par d'autres fonctions que les fonctions puissances), on autorise les abus de notation du type « $o(v_n) + o(v_n) = o(v_n)$ »
 - extension aux fonctions réelles
 - croissances comparées, équivalents classiques issus de taux d'accroissements $\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$, $\tan(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
- Développements limités :
 - Formule de Taylor-Young
 - vocabulaire (partie régulière d'un DL) et notations
 - parité de la partie régulière du DL d'une fonction paire ou impaire
 - formulaire de DL usuels à connaître par coeur : e^x , $\text{ch}(x)$, $\text{sh}(x)$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$
 - méthodes de calcul d'un produit, quotient, composée de DL, intégration ou dérivation de DL
 - formulaire de DL à savoir retrouver rapidement : $\tan(x)$ (les trois premiers termes doivent être connus), $\arctan(x)$, $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$
- Applications classiques des calculs de DL :
 - calculs de limites (suites ou fonctions) on doit être capable de choisir l'ordre du DL en anticipant le calcul pour ne pas faire de calculs complexes inutilement
 - étude locale de fonction (existence de tangente et position relative de la courbe et de la tangente en 0, existence d'asymptotes obliques et position relative en $\pm\infty$)
 - développements asymptotiques de suites implicites

Chapitre 16 : Probabilités

Rappel : seules les probabilités sur un univers **fini** sont au programme en première année.

- Vocabulaire général : expérience aléatoire, univers Ω des résultats possibles, évènements (événement certain ou impossible, évènements incompatibles, système complet d'évènements), loi de probabilité sur un univers Ω (application vérifiant $P(\Omega) = 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ quand A et B sont disjoints), espace probabilisé (Ω, P) .
- Propriétés élémentaires : $P(\emptyset) = 0$, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (la formule de Poincaré générale n'est pas à savoir formuler, mais doit pouvoir être retrouvée très rapidement pour une union de trois ou quatre évènements), $\sum P(A_i) = 1$ si les A_i forment un système complet d'évènements.
- Notion d'équiprobabilité et formule $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ dans le cas d'équiprobabilité.
- Probabilités conditionnelles :
 - définition et notation (la notation $P_A(B)$ a systématiquement été employée dans le cours)
 - théorèmes faisant intervenir les probabilités conditionnelles : formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
 - quelques exemples faisant intervenir des chaînes de Markov ont été étudiés mais aucune connaissance théorique sur le sujet n'est exigible (ce qui n'interdit bien évidemment pas de poser des exercices de ce type)
 - indépendance de deux évènements, indépendance mutuelle d'un ensemble d'au moins trois évènements

Prévisions pour la semaine suivante : probas, avec les variables aléatoires finies.