

Programme de colle n° 19

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 22/03 au 26/03 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 13 : Intégration.

- Construction de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment :
 - Subdivisions d'un segment, fonctions en escalier, intégrale d'une fonction en escalier
 - Propriétés fondamentales de l'intégrale d'une fonction en escalier (linéarité, relation de Chasles, positivité)
 - Définition de l'intégrale d'une fonction continue comme borne supérieure ou inférieure des intégrales de fonctions en escalier qui la minorent (ou la majorent)
 - Extension des trois propriétés fondamentales à l'intégrale des fonctions positives
- Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment :
 - Intégration des inégalités
 - Si f est positive sur $[a, b]$, $\int_a^b f(t) dt = 0$ si et seulement si f est identiquement nulle sur $[a, b]$
 - $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$
 - valeur moyenne d'une fonction sur un segment
 - Lien entre calcul d'intégrale et primitives d'une fonction continue
- Exemples d'études de suites d'intégrales (intégration d'inégalités pour majorer ou minorer la suite, utilisation d'IPP pour obtenir des relations de récurrence).
- Exemple d'étude de fonction définie par une intégrale dont les bornes dépendent d'un paramètre.
- Calcul numérique d'intégrales :
 - Méthode des rectangles, méthode des trapèzes, méthode de Simpson (à chaque fois, le principe est à connaître mais pas la formule exacte pour la méthode de Simpson ; on doit par contre connaître la majoration de l'erreur de la méthode des rectangles)
 - sommes de Riemann associées à une fonction continue sur $[0, 1]$, application au calcul de limites de suites définies par des sommes
- **Formule de Taylor avec reste intégral.**

Chapitre 14 : Espaces vectoriels.

- Définitions et exemples d'espaces et de sous-espaces vectoriels.
- Caractérisation des sous-espaces vectoriels (au choix : non vide et stable par somme et produit extérieur, ou non vide et stable par combinaisons linéaires).
- Familles de vecteurs :
 - Combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs, sous-espace vectoriel engendré par une famille, notation Vect et exemples d'utilisation (notamment pour les solutions de systèmes linéaires homogènes)
 - Familles génératrices, familles libres et liées (notion de dépendance linéaire entre vecteurs), bases, coordonnées et composantes d'un vecteur dans une base
- Intersection de sous-espaces vectoriels, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels supplémentaires, caractérisation à l'aide de bases (F et G sont supplémentaires si et seulement si l'union d'une base de F et d'une base de G donne une base de E).
- PAS de résultats utilisant la dimension cette semaine, même si on peut faire intervenir la notion de façon intuitive.
- Aucun résultat n'a été indiqué en gras pour ce chapitre mais on doit être capable de démontrer des résultats faciles comme « l'intersection de deux sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel » ou « l'ensemble des combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs est un sous-espace vectoriel ».

Prévisions pour la semaine suivante : espaces vectoriels (avec la dimension).