

# Programme de colle n° 14

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 01/02 au 05/02 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 9 : Calcul matriciel, systèmes.

- Calcul matriciel élémentaire :
  - définition des matrices et notation des ensembles de matrices  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$  et  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ , vocabulaire de base (taille d'une matrice, matrices carrées, diagonales, triangulaires, matrices nulles, matrices identité  $I_n$ )
  - somme de matrices, produit d'une matrice par un réel, produit matriciel, propriétés (à savoir démontrer : **le produit d'une matrice  $A$  par une matrice identité de taille compatible est égal à  $A$** )
  - transposition, matrices symétriques et antisymétriques
  - puissances d'une matrice carrée, exemples de calcul de puissance à l'aide de suites récurrentes (typiquement en partant d'une relation du type  $A^2 = aA + bI_3$ ), formule du binôme de Newton matricielle et exemples
  - inversion de matrices : définition, propriétés élémentaires (**unicité**, inverse d'un produit de matrices inversibles), opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice, algorithme du pivot de Gauss d'inversion d'une matrice (le calcul explicite de l'inverse peut être présenté au choix sous forme matricielle classique, avec une matrice augmentée, ou en exploitant la résolution d'un système), exemples de calculs d'inverse exploitant un polynôme annulateur de la matrice
- Systèmes linéaires :
  - vocabulaire (matrice associée au système, systèmes carrés et triangulaires, systèmes incompatibles, systèmes de Cramer, systèmes homogènes)
  - résolution d'un système via l'algorithme du pivot de Gauss (là aussi on pourra effectuer une résolution exploitant une matrice augmentée, ou une résolution « mixte » consistant à triangulariser une matrice augmentée avant de revenir à la résolution d'un système), écriture des solutions du système dans le cas où ce n'est pas un système de Cramer
  - exemple de résolution de système à paramètres

## Chapitre 10 : Continuité.

- Limites de fonctions :
  - définition des différents types de limites (finies, infinies, quand  $x$  tend vers  $\pm\infty$ , quand  $x$  tend vers  $a$ )
  - composition de limites
  - caractérisation séquentielle de la limite (utilisée pour prouver que des fonctions du type  $x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$  n'admettent pas de limite en 0)
  - limites à gauche et à droite
  - existence de limites à gauche et à droite pour les fonctions monotones
- Définition de la continuité en un point et sur un intervalle, stabilité par les différentes opérations usuelles, continuité à droite et à gauche, prolongement par continuité d'une fonction admettant une limite finie en un point.
- Théorème des valeurs intermédiaires et conséquences (théorème de la bijection, théorème du maximum, l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle).
- Exemples d'étude de suites implicites. Aucun théorème spécifique à ce sujet, mais pour une suite définie par une condition du type  $f_n(u_n) = 0$ , on doit savoir :
  - majorer ou minorer la suite par un réel en calculant l'image de ce réel par  $f_n$
  - étudier la monotonie de la suite en passant par le signe de  $f_n(u_{n+1})$
  - passer l'équation de définition de la suite à la limite pour obtenir la limite de la suite implicite, en exploitant éventuellement un raisonnement par l'absurde
- Méthode de dichotomie pour la détermination d'une valeur approchée d'une solution d'équation de la forme  $f(x) = 0$  quand  $f$  est continue.

Prévisions pour la rentrée : continuité, dérivation (avec suites récurrentes).