

Programme de colle n° 10

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 04/01 au 08/01 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 7 : Dénombrement.

- Cardinal d'un ensemble fini : définition et notations (sont acceptés : $\text{card}(E)$, $|E|$ ou $\sharp E$), propriétés élémentaires ($|\overline{A}| = |E| - |A|$, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, la formule du crible générale n'est pas à connaître mais les élèves doivent être capables de l'énoncer dans le cas d'une union de trois ou quatre ensembles).
- Listes, arrangements et combinaisons :
 - définition des p -listes d'un ensemble E , dénombrement des p -listes, exemple fondamental des tirages successifs avec remise dans une urne
 - définition des arrangements de p éléments d'un ensemble, dénombrement des arrangements comme quotient de factorielles, exemple fondamental des tirages successifs sans remise dans une urne, cas particulier des permutations des éléments d'un ensemble, dénombrement des anagrammes d'un mot
 - définition des combinaisons comme sous-ensembles à p éléments d'un ensemble fini, dénombrement des combinaisons et définition des coefficients binômiaux, exemple fondamental des tirages simultanés dans une urne
- Propriétés des coefficients binômiaux :
 - petites valeurs des coefficients binômiaux à connaître par coeur : $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n}$
 - **formule de symétrie des coefficients binômiaux** $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$
 - **formule « sans nom »** $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$
 - **relation de Pascal** $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$ (deux démonstrations possibles : par le calcul et par un raisonnement combinatoire clairement expliqué)
 - formule du binôme de Newton (la démonstration n'est pas exigible mais on doit quand même en connaître le principe général)
 - **somme des coefficients binômiaux** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

Chapitre 8 : Suites numériques.

- Notations générales (terme général, terme d'indice n d'une suite, on fera évidemment attention à ne pas confondre u_n et (u_n)), différents types de définition possibles d'une suite (formule explicite, relation de récurrence simple, double ou pire, définition implicite).
- Vocabulaire général sur les suites (suites monotones, suites majorées, minorées, bornées).
- Suites usuelles :
 - suites arithmétiques : définition par récurrence, **formule explicite pour le terme général**, monotonie, **sommes partielles**
 - suites géométriques : définition par récurrence, formule explicite, monotonie, sommes partielles
 - suites arithmético-géométriques : équation de point fixe associée, calcul du terme général de la suite (on doit vérifier à chaque fois que la suite auxiliaire définie par $v_n = u_n - \alpha$ est géométrique)
 - suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : équation caractéristique, formules pour le calcul du terme général (l'analogie avec les équations différentielles, tout comme dans le cas des suites arithmético-géométriques, a été soulignée, mais aucune connaissance n'est exigible dans le cas de « seconds membres » pour ces équations, les élèves devront être guidés si vous souhaitez poser ce genre d'exercices)
- RIEN sur les limites de suites pour l'instant (en particulier, pas de définition avec des ε).

Prévisions pour la semaine prochaine : la suite des suites (avec les limites).