

# Programme de colle n° 1

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 05/10 au 09/10 2020

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 1 : Calcul algébrique

- Rappels sur les ensembles :
  - ensembles de nombres  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{N}$ , ...
  - unions et intersections (y compris infinies) d'ensembles
  - lois de Morgan
- Manipulation de symboles logiques (quantificateurs, implications, équivalences) et du vocabulaire associé (réciproque, contraposée).
- Ordre dans  $\mathbb{R}$  :
  - les trois propriétés constitutives d'une relation d'ordre doivent pouvoir être énoncées, mais on ne posera pas d'exercice théorique sur ce sujet
  - vocabulaire associé (majorant, maximum, borne supérieure)
  - manipulation soigneuse d'inégalités et encadrements
  - Rappels sur les polynômes :
    - identités remarquables (y compris  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$  et  $a^3 - b^3$ )
    - factorisation et signe d'un polynôme de degré 2
    - factorisation d'un polynôme de degré 3 avec racine évidente (les élèves auront le choix entre une identification et une division euclidienne pour effectuer la factorisation)
- Rappels sur les valeurs absolues :
  - définition, résolution d'équations élémentaires (du type  $|a| = |b|$  notamment)
  - résolution d'équations et inéquations plus complexes via la confection de « tableaux de signes »
  - étude de fonctions faisant intervenir des valeurs absolues, notamment du type  $f(x) = |g(x)|$

## Chapitre 2 : Fonctions usuelles

- Rappels et généralités :
  - domaine de définition
  - parité, périodicité

- monotonie d'une somme ou d'une composée de fonctions monotones
- dérivées usuelles (en particulier, la dérivation de fonctions composées doit être absolument maîtrisée), lien entre signe de la dérivée et variations de la fonction
- Logarithmes et exponentielles :
  - définition du  $\ln$  comme primitive de la fonction inverse, variations et courbe
  - **règles de calcul pour la fonction  $\ln$**  (on devra savoir démontrer spécifiquement la formule  $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ )
  - fonction exponentielle, courbe et règles de calcul
  - logarithmes et exponentielles de base  $a$
- Fonctions puissances :
  - rappels sur les puissances entières (règles de calcul, courbes)
  - racines  $n$ -èmes
  - puissances quelconques : définition via l'exponentielle (le passage « sous forme exponentielle » pour l'étude de fonctions ou la résolution d'équations faisant intervenir des puissances quelconques doit être un réflexe acquis), règles de calcul
- Limites classiques :
  - croissances comparées
  - taux d'accroissement classiques :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$  ;  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$
- Fonctions hyperboliques :
  - définition et étude des fonctions  $\operatorname{ch}$  et  $\operatorname{sh}$ , dérivée, courbe
  - **formule**  $\operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1$
- Définition et courbes des fonctions partie entière et partie fractionnaire.

Prévisions pour la semaine suivante : probablement le même programme, peut-être un peu de trigonométrie.