

Exercice à travailler n°21

PTSI B Lycée Eiffel

18 juin 2020

Des calculs classiques dans l'espace.

On se place dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace. On considère les points $A(-1, 2, 1)$, $B(1, -6, -1)$, $C(2, 2, 4)$, $D(-3, 1, 3)$ et $I(0, 1, -1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle. Montrer que (DA) est orthogonale au plan (ABC) .
En déduire le volume du tétraèdre $ABCD$.
3. Soit Q le plan d'équation $x + y - 3z + 2 = 0$ et Q' le plan passant par O de base (\vec{i}, \vec{k}) .
 - (a) Pourquoi les plans Q et Q' sont-ils sécants ?
 - (b) Donner une équation cartésienne de Q' .
 - (c) Donner une représentation paramétrique de la droite (d) , intersection de Q et de Q' . En déduire un point et un vecteur directeur de (d) .
4. Déterminer une équation cartésienne de la sphère (\mathcal{S}) de centre I et de rayon 2.
5. On note $J(-2, 0, 0)$ et $K(1, 0, 1)$. Donner une représentation paramétrique de la droite (JK) puis étudier son intersection avec (\mathcal{S}) .