

Exercice à travailler n°9

PTSI B Lycée Eiffel

14 mai 2020

Des matrices de symétries et de projections.

On considère pour cette exercice l'application linéaire $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z) = (2x + 2y + z, -6x - 5y - 2z, 9x + 6y + 2z)$.

1. Donner la matrice M de l'application f dans la base canonique de \mathbb{R}^3 .
2. Calculer M^2 . Que peut-on en déduire concernant l'application f ?
3. Déterminer les éléments caractéristiques de f , ainsi qu'une base pour chacun des deux sous-espaces (on notera F l'espace par rapport auquel on symétrise, et G celui parallèlement auquel on symétrise, comme d'habitude).
4. On note \mathcal{B} la matrice obtenue en regroupant les bases de F et de G calculées à la question précédente. Que vaut $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$? Normalement, presque aucun calcul n'est nécessaire pour obtenir cette matrice.
5. En notant p la projection sur F parallèlement à G , quelle serait la matrice de p dans cette même base \mathcal{B} (toujours pas de calcul nécessaire) ?